

NBAM00: Naturvetenskapligt basår – Matematik, del 1

Telefonvakt: Jimmy Johansson, tel. 031 - 772 53 25

Examinator: Lukáš Malý, tel. 031 - 772 53 42

Hjälpmedel: Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan idag kl. 14:30.

Granskningstillfälle meddelas via kurshemsidan och mail från GUL.

1. Förkorta och förenkla (4p + 3p)

$$(a) \frac{4(x^2y^{-1})(z^{1/2}y^{1/3})^6}{2^3\sqrt{x^3}y^{-2}(\sqrt[3]{z})^8}, \quad (b) \frac{\frac{3}{4} - \frac{4}{3}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{6}}.$$

2. Vektorerna \mathbf{u} och \mathbf{v} har längderna 4, respektive 5. Deras skalärprodukt är $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 10\sqrt{2}$.

(a) Bestäm vinkeln mellan vektorerna \mathbf{u} och \mathbf{v} . Svara gärna i grader. (3p)

(b) Beräkna längden av vektorn $\mathbf{u} + \mathbf{v}$. (4p)

3. Bevisa trigonometriska ettan. Du får (men behöver inte) anta att vinkeln är spetsig. (4p)

4. (a) Lös ekvationen $6x^3 + 11x^2 - 3x - 2 = 0$ förutsatt att en av dess rötter är ett heltal. (4p)

(b) Bestäm definitionsmängden för funktionen $f(x) = \sqrt{\frac{6-2x}{3x-15}}$. (3p)

5. (a) Bestäm en ekvation för cirkeln C vars radie är 5 och medelpunkten $(-1, 2)$. (2p)

(b) Bestäm en ekvation för linjen L som går genom punkterna $(-3, -1)$ och $(2, 4)$. (2p)

(c) Beräkna koordinaterna för skärningspunkterna mellan cirkeln C och linjen L . (3p)

6. Lös ekvationen (5p)

$$2 \lg(x-1) - \lg(7-x) = 1 - \lg 10.$$

7. Vinklarna α och β uppfyller dubbelolikheterna $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 0$, respektive $\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{3\pi}{2}$.

(a) Bestäm värdet av $\tan \alpha$ förutsatt att $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. (3p)

(b) Bestäm vinkeln β förutsatt att $\sin \beta = \frac{-1}{2}$. Svara i radianer. (3p)

8. (Nya upplägget) (a) Bestäm realdelen av det komplexa talet $\frac{5+3i}{1+i} - \frac{2-6i}{2-i}$ (2p)

(b) Lös ekvationen (5p)

$$z^2 - (2+4i)z + 2 + 16i = 0.$$

8. (Gamla upplägget) Beräkna följande gränsvärden: (3p + 4p)

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4+x^2-3x^5}{4x^5+2x^3-x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x^2}{x \sin 7x}$$

Lycka till!

Formelblad

Avståndsformeln

Avståndet d mellan punkterna $P = (p_x, p_y)$ och $Q = (q_x, q_y)$ i planet ges av

$$d = \sqrt{(q_x - p_x)^2 + (q_y - p_y)^2}.$$

Symmetrin hos de trigonometriska funktionerna

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

Additionsformlerna

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Trigonometriska ettan

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Värden på sinus och cosinus för några standardvinklar

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Areasatsen

$$A = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

