

NBAM00: Naturvetenskapligt basår – Matematik, del 1

Telefonvakt: Andreas Petersson, tel. 031 - 772 53 25

Examinator: Lukáš Malý, tel. 031 - 772 53 42

Hjälpmedel: Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan idag kl. 14:30.

1. Förkorta och förenkla (4p + 4p)

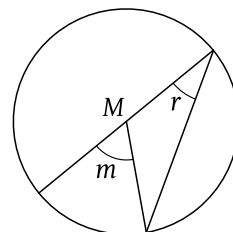
$$(a) \frac{\left(\frac{4}{7}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{81}{4}\right)^{1/2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^{-3}}, \quad (b) 4 \lg 2 - \lg 0,8 + \lg 1 - \frac{\ln 2}{\ln 10}.$$

2. Låt punkterna A och B ha koordinaterna $A = (5, 3, 2)$ och $B = (2, 3, 6)$ i ett ortonormerat koordinatsystem i rummet. Antag att vektorn \mathbf{u} har koordinaterna $\mathbf{u} = (2, -1, 2)$.

- (a) Bestäm avståndet mellan punkterna A och B . (2p)
(b) Bestäm koordinaterna av vektorn $\mathbf{v} = \overrightarrow{AB}$. (1p)
(c) Beräkna vinkeln mellan vektorerna \mathbf{u} och \mathbf{v} . (Svara gärna med ett arcus-uttryck.) (4p)

3. Bestäm sambandet mellan vinklarna m och r i figuren till höger. Punkten M är cirkelns medelpunkt. (4p)

OBS: Ett fullständigt bevis krävs för att få full poäng!



4. (a) Lös ekvationen $2x^3 + x^2 - 8x + 3 = 0$ förutsatt att $x = 3/2$ är en av dess rötter. (3p)

(b) Lös olikheten $\frac{(2x - 3)(5 - x)}{x + 1} \geq 0$. (3p)

5. En kurva ges av ekvationen $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$.

- (a) Skissera kurvan så att dess typ och placering i planet tydligt framgår i figuren. (3p)
(b) Bestäm en ekvation för linjen L som går genom punkterna $(4, 1)$ och $(2, 0)$. (2p)
(c) Avgör om linjen L är en sekant- eller en tangentlinje till den givna kurvan. (3p)

6. Substansmängden av radon-222 i ett radioaktivt preparat vid tiden t [timmar] ges av funktionen $n(t) = 50e^{kt}$ [mol] där k är ett givet tal. Vid tiden $t = 92$ timmar är substansmängden $n(t) = 25$ mol. Vad är k ? (Du får svara med logaritmuttryck.) (3p)

7. I fyrhörningen $ABCD$ har sidorna följande längder: $|AB| = 8$ l.e., $|BC| = 5$ l.e., $|CD| = 5$ l.e. och $|DA| = 3$ l.e. Vinkeln i hörnet B är 60° .

- (a) Beräkna längden av diagonalen AC . (3p)
(b) Beräkna vinkeln i hörnet D . Svara dels i grader, dels i radianer. (4p)

Var god vänd!

8. (Nya upplägget) (a) Skriv talet $\frac{3-4i}{2-i} \cdot \frac{-3+11i}{1+3i}$ på formen $x + iy$, där x och y är reella tal. (3p)
 (b) Lös ekvationen $z^4 = -16$. Skriv lösningarna på formen $x + iy$. (4p)

8. (Gamla upplägget) Beräkna följande gränsvärden: (3p + 4p)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\tan 7x}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + 4x^3} - \sqrt{x^4 + 1}}{x + 5}.$$

Lycka till!

Formelblad

Avståndsformeln

Avståndet d mellan punkterna $P = (p_x, p_y)$ och $Q = (q_x, q_y)$ i planet ges av

$$d = \sqrt{(q_x - p_x)^2 + (q_y - p_y)^2}.$$

Symmetrin hos de trigonometriska funktionerna

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

Additionsformlerna

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Trigonometriska ettan

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Värden på sinus och cosinus för några standardvinklar

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Areasatsen

$$A = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2}$$

Sinussatsen

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

Cosinussatsen

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

