

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559
Telefonvakt: Olof Elias, tel 772 5325
Hjälpmedel: Linjal, formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.
Lösningförslag publiceras på kurskanslansida.

1. (a) Beräkna $\int \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - \sin 3x \right) dx$. (2p)
(b) Derivera $f(x) = \frac{\sin x + x e^{2x}}{x^2}$. Förenkla svaret så gott det går. (3p)
2. (a) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = \ln(\cos x)$ i den punkt där $x = \pi/4$. (3p)
(b) Bestäm konstanten a så att funktionen $f(x) = \ln(\cos x)$ blir en lösning till differentialekvationen
$$y'' - y' \tan x = a$$
 (3p)
3. Rita området som begränsas av positiva x-axeln, kurvan $y = x^2$ och linjerna $y = 2 - x$ och $y = 6 - x$. Beräkna områdets area. (6p)
4. Kurvan $y = 4/x^2$, $x > 0$, är given. Av alla rektanglar, som har ett hörn i origo, en sida på positiva x-axeln, en sida på positiva y-axeln och ett hörn på givna kurvan, är det en som har minst omkrets. Beräkna denna minsta omkrets.
OBS Av lösningen ska det framgå att den funna omkretsen verkligen är den minsta. (6p)
5. (a) Beräkna $(1 + i)^{100}$ och skriv svaret på formen $a + ib$. (3p)
(b) Lös ekvationen $z^2 - 2iz - 1 + 8i = 0$. (3p)
(c) Kontrollera att dina lösningar i 4b) är riktiga. (1p)
6. Låt f vara funktionen $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$.
(a) Bestäm definitionsmängden till f . Derivera $f(x)$ och gör ett teckenschema, av vilket det ska framgå i vilka intervall f är avtagande respektive växande.
(b) Redovisa, med hjälp av teckenschemat, förekommande lokala extrempunkter till f .
(c) Bestäm eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
(d) Bestäm eventuella vågräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
(e) Rita kurvan $y = f(x)$. Tänk på att alla resultat ovan bör framgå i grafen.
Totalpoäng på uppgiften: (7p)
7. Låt funktionen $f(a)$ vara definierad som den bestämda integralen
$$f(a) = \int_0^1 (ae^{ax} - a) dx$$

Beräkna största och minsta värde till $f(a)$ då $-1 \leq a \leq 1$. (6p)
8. (a) Formulera och bevisa produktregeln för derivering. (5p)
(b) Definiera begreppet lodrät asymptot. (2p)

Lycka till!
Ulla