

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559

Telefonvakt: Tim Cardilin, tel 772 5325

Hjälpmedel: Linjal, formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan.

1. (a) Derivera $f(x) = \frac{3 \cos x}{(2x+1)^4}$. Förenkla svaret så gott det går. (3p)
 (b) Beräkna $\int \left(\frac{1}{3x^{2/3}} + e^{2x} \right) dx$. (3p)
2. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = \frac{4x+1}{x-3}$ i den punkt där kurvan skär linjen $y = -9$. Bestäm även en ekvation för normalen till kurvan i samma punkt. (6p)
3. Kurvan $y = 12 - x^2$, $x \geq 0$, är given. Av alla rektanglar, som har ett hörn i origo, en sida på positiva x -axeln, en sida på positiva y -axeln och ett hörn på givna kurvan, är det en som har störst area. Beräkna denna största area samt i vilken punkt på kurvan som rektangeln med störst area har ett hörn.
 OBS Av lösningen ska det framgå att den funna arean verkligen är den största. (6p)
4. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^2$ och $y = 1/x$ samt linjerna $x = 1/2$ och $x = 2$. Rita en skiss av området. (6p)
5. (a) Låt $z = 3 - i3\sqrt{3}$. Beräkna $|z|$ och skriv z på polär form. (3p)
 (b) Beräkna $(3 - i3\sqrt{3})^{69}$ och skriv svaret på formen $x + iy$. (3p)
6. Låt f vara funktionen $f(x) = \frac{x^2}{x^2-2}$.
 (a) Bestäm definitionsmängden till f . Derivera $f(x)$ och gör ett teckenschema, av vilket det ska framgå i vilka intervall f är avtagande respektive växande.
 (b) Redovisa, med hjälp av teckenschemat, förekommande lokala extrempunkter till f .
 (c) Bestäm eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
 (d) Bestäm eventuella vågräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
 (e) Rita kurvan $y = f(x)$. Tänk på att alla resultat ovan bör framgå i grafen.
 Totalpoäng på uppgiften: (7p)
7. En fågelunge faller från en hög klippa. Låt $v(t)$ beteckna fallhastigheten i m/s efter tiden t sekunder. Fallrörelsen kan förenklat beskrivas med följande differentialekvation

$$v'(t) + 5v(t) = 10$$
 (a) Bestäm fallhastigheten $v(t)$ och utgå ifrån att fallhastigheten är noll då $t = 0$.
 (b) Beräkna (exakt) hur långt fågelungen fallit efter 4 sekunder, samt avrunda svaret till hela meter. (6p)
8. (a) Formulera derivatans definition och härled utgående från den derivatan av $f(x) = \sin x$. (5p)
 (b) Definiera vad som menas med att en funktion är *strängt växande* respektive *strängt avtagande*. (2p)

Lycka till!

Ulla