

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559
Telefonvakt: Damiano Ognissanti, tel 772 3505
Hjälpmedel: Linjal, formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.
Lösningförslag publiceras på kurshemsidan.

- Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = \ln(3x^2 - 2x - 1)$ i den punkt där $x = -1$.
Bestäm även en ekvation för normalen till kurvan i samma punkt. (6p)
- Rita området som begränsas av kurvorna $y = 4 - x^2$ och $y = 2x + 1$ samt beräkna områdets area. (6p)
- Låt f vara en funktion sådan att $f(-2) = 3$ och $f'(-2) = 2$. Sätt
$$g(x) = \sqrt{10 - (f(x))^2}$$
och beräkna $g'(x)$ och $g'(-2)$. (5p)
- Produkten av två positiva tal x och y är 49. Beräkna minsta möjliga värdet av summan $x + 9y$.
Av lösningen ska det framgå att den funna summan verkligen är den minsta möjliga. (6p)
- (a) Skriv talet $\frac{2+3i}{1-2i} + \frac{7}{2+i}$ på formen $x + iy$ där x och y är reella tal. (2p)
(b) Lös ekvationen $z^2 - (3 - i)z + 4 - 3i = 0$. (5p)
- Låt f vara funktionen $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$.
 - Bestäm definitionsmängden till f .
 - Derivera $f(x)$ och gör ett teckenschema, av vilket det ska framgå i vilka intervall f är avtagande respektive växande.
 - Redovisa, med hjälp av teckenschemat, förekommande lokala extrempunkter till f .
 - Bestäm eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
 - Bestäm eventuella vågräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
 - Rita kurvan $y = f(x)$. Tänk på att alla resultat ovan bör framgå i grafen. (7p)
- Man vet att $f'(x) - \tan x f(x) = 2 \sin x$ för alla x i ett litet intervall runt $x = 0$ samt att $f(0) = 0$.
Bestäm f genom att lösa differentialekvationen och visa att f har lokalt minimum för $x = 0$.
(Du kan ha nytta av en del trigonometriska formler som finns i formelbladet). (6p)
- (a) Formulera definitionen av *primitiv funktion*. (2p)
(b) Formulera och bevisa Integralkalkylens fundamentalsats. (5p)

Lycka till!
Ulla

Formelblad för NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

1. Avståndsformeln

Avståndet d mellan punkterna $P = (x_1, y_1)$ och $Q = (x_2, y_2)$ ges av

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

2. Trigonometriska formler

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(-x) = -\sin x, \quad \cos(-x) = \cos x$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

3. Några standardvinklar

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \frac{\pi}{4}$$