

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559
Telefonvakt: Felix Held, tel 772 5325
Hjälpmedel: Linjal, formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.
Lösningförslag publiceras på kurshemsidan.

1. (a) Derivera $f(x) = \frac{1+x^2 \cos x}{x^3}$. Förenkla svaret. (3p)
(b) Beräkna $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x\sqrt{x}} \right) dx$. Förenkla svaret. (3p)
2. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = \ln(\sin x)$ i den punkt där $x = \pi/6$. Bestäm även en ekvation för normalen till kurvan i samma punkt. (6p)
3. Rita området som begränsas av kurvan $y = 1/x$ och linjerna $y = 2$ och $x = 3$. Beräkna områdets area. (5p)
4. Man vill bygga en plåtlåda (utan lock) med volymen 4 liter med så liten plåtåtgång som möjligt. Om man vill ha bottenytan kvadratisk vilka mått ska man då ha på lådan? (6p)
5. (a) Skriv talet $3e^{i5\pi/6}$ på formen $x + iy$ där x och y är reella tal. (2p)
(b) Lös ekvationen $z^2 - (5 - i)z + 6 - 3i = 0$. (5p)
6. Låt f vara funktionen $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$.
 - (a) Bestäm definitionsmängden till f .
 - (b) Derivera $f(x)$ och gör ett teckenschema, av vilket det ska framgå i vilka intervall f är avtagande respektive växande.
 - (c) Redovisa, med hjälp av teckenschemat, förekommande lokala extrempunkter till f .
 - (d) Bestäm eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
 - (e) Bestäm eventuella vågräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!
 - (f) Rita kurvan $y = f(x)$. Tänk på att alla resultat ovan bör framgå i grafen. (7p)
7. Låt funktionen $f(a)$ vara definierad som den bestämda integralen
$$f(a) = \int_0^a (\cos x + 1/2) dx$$
Beräkna största och minsta värde till $f(a)$ då $0 \leq a \leq 2\pi$. (6p)
8. (a) Formulera derivatans definition och härled utgående från den derivatan av $f(x) = \sqrt{x}$. (5p)
(b) Ge definitionen av beloppet av ett komplext tal $z = x + iy$ och visa att $|z|^2 = z\bar{z}$. (2p)

Lycka till!
Ulla