

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559

Telefonvakt: Ulla Dinger, tel 772 3559

Hjälpmedel: Linjal, formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan.

1. Beräkna gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{6x}$ (2p)

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + x} - 2x$ (4p)

2. (a) Derivera $f(x) = \frac{3 \sin(2x)}{(3x-1)^4}$. Förenkla svaret. (3p)

(b) Beräkna $\int \left(\frac{2}{1+x^2} - \frac{1}{2x\sqrt{x}} \right) dx$. Förenkla svaret. (3p)

3. (a) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = 2 + \sin(\ln x)$ i den punkt där $x = 1$. (3p)

(b) Bestäm konstanten a så att funktionen $f(x) = 2 + \sin(\ln x)$ blir en lösning till differentialekvationen

$$x^2 y'' + xy' + y = a \quad (3p)$$

4. Rita området som begränsas av kurvan $y = x^2 - 3$ och linjen $y = x - 1$ samt beräkna områdets area. (6p)

5. Beräkna kortaste avståndet från punkten $(2, 1)$ till linjen $y = 2x$. Av lösningen ska det framgå att det verkligen är det minsta avståndet. (6p)

6. Låt f vara funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{(2x-1)(x+1)}$.

(a) Bestäm definitionsmängden till f .

(b) Derivera $f(x)$ och gör ett teckenschema, av vilket det ska framgå i vilka intervall f är avtagande respektive växande.

(c) Redovisa, med hjälp av teckenschemat, förekommande lokala extrempunkter till f .

(d) Bestäm eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!

(e) Bestäm eventuella vågräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!

(f) Rita kurvan $y = f(x)$. Tänk på att alla resultat ovan bör framgå i grafen. (7p)

7. Visa att kurvan $y = f(x)$ har precis en inflexionspunkt om $f(x)$ är ett tredjegradspolynom. (6p)

8. (a) Formulera derivatans definition och härled utgående från den derivatan av $f(x) = 1/x$. (5p)

(b) Definiera vad som menas med att en funktion är *strängt växande* respektive *strängt avtagande*. (2p)

Lycka till!
Ulla