MATEMATIK
Göteborgs universitet
Tentamen 2019-02-23, 08:30 - 12:30

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559
Telefonvakt: Stepan Maximov, tel 772 5325
Hjälpmedel: Linjal, formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan).

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.
Lösningsförslag publiceras på kurshemsidan.

---

1. Beräkna gränsvärdena

(a) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-2x-3}$ (3p)

(b) $\lim_{x\to\infty} \frac{2-3x^2-4x^5}{3x^5+2x^4-7}$ (3p)

2. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan $y = 3\tan(2x - 4 + \pi/4)$ i den punkt där $x = 2$. Bestäm även en ekvation för normalen till kurvan i samma punkt. (6p)

3. Låt f vara en funktion sådan att $f'(3) = 5$. Sätt

$$g(x) = f\left(\sqrt{5x^2 - 11}\right)$$

och beräkna $g'(x)$ och $g'(2)$. (6p)

4. Rita området som begränsas av kurvan $y = 1/x$ och linjen $y = -x + 5/2$. Beräkna områdets area. (6p)

5. Beräkna största möjliga värdet av produkten xy då (x, y) är punkter på linjen $x + 2y = 10$. Av lösningen ska det framgå att den funna produkten verkligen är den största möjliga. (6p)

6. Låt f vara funktionen $f(x) = \frac{x^2-8}{x^2-4}$.

(a) Bestäm definitionsmängden till f.

(b) Derivera $f(x)$ och gör ett teckenschema, av vilket det ska framgå i vilka intervall f är avtagande respektive växande.

(c) Redovisa, med hjälp av teckenschemat, förekommande lokala extrempunkter till f.

(d) Bestäm eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!

(e) Bestäm eventuella vågräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera!

(f) Rita kurvan $y = f(x)$. Tänk på att alla resultat ovan bör framgå i grafen. (7p)

7. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$(x + 2)y' + y = \frac{2}{1 + x^2}$$

Bestäm även den lösning som uppfyller begynnelsevillkoret $y(0) = 1$. (6p)

8. (a) Formulera definitionen av *primitiv funktion.* (2p)

(b) Formulera och bevisa Integralkalkylens fundamentalsats. (5p)

Lycka till!
Ulla

OBS Formelbladet är tryckt på baksidan!