

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559

Hjälpmedel: Linjal, utdelat formelblad. Ingen räknedosa.

---

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.

---

1. (a) Derivera  $f(x) = \frac{e^{4x} + \tan x}{\sqrt{x}}$ . Bry dig inte om att förkorta. (2p)

(b) Beräkna  $\int \left( \frac{2}{x\sqrt{x}} + 6 \sin(3x) \right) dx$ . (3p)

2. Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan  $y = \frac{7x-1}{x+2}$  i den punkt där kurvan skär linjen  $y = 2$ . Bestäm även en ekvation för normalen till kurvan i samma punkt. (6p)

3. Kurvan  $y = 2 \cos x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , är given.  
Av alla rektanglar, som har ett hörn i origo, en sida på positiva  $x$ -axeln, en sida på positiva  $y$ -axeln och ett hörn på givna kurvan, är det en som har störst omkrets. Beräkna denna största omkrets.  
OBS Av lösningen ska det framgå att den funna omkretsen verkligen är den största. (6p)

4. (a) Skriv talet  $\frac{1-3i}{3+i} - \frac{2}{i}$  på formen  $x + iy$  där  $x$  och  $y$  är reella tal. (2p)

(b) Lös ekvationen  $z^2 - (2 + 4i)z - 6 = 0$ . (6p)

5. Området som begränsas av kurvorna  $y = \frac{4}{x^2}$  och  $y = 2 + 3\sqrt{x}$  samt av linjerna  $x = 1$  och  $x = 4$  är givet. Rita en skiss som visar ungefär hur området ser ut och beräkna områdets area. (6p)

6. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y' - xy = x$$

Bestäm även den lösning som uppfyller begynnelsevillkoret  $y(0) = 1$ . (6p)

7. Funktionen  $f(x) = \frac{4(x-1)^2}{(2x-1)(x-2)}$  är given.  
Undersök med hjälp av derivatan, och teckenschema, i vilka intervall som  $f(x)$  växer respektive avtar och redovisa förekommande lokala extrempunkter och terrasspunkter. Rita kurvan  $y = f(x)$  och redovisa förekommande vågräta respektive lodräta asymptoter till kurvan. (6p)

8. (a) Formulera definitionen av en funktions derivata. (1p)

(b) Formulera och bevisa produktregeln för derivator. (6p)