

NBAM00 Naturvetenskapligt basår, Matematik del 2

Examinator: Ulla Dinger, Matematiska vetenskaper, tel 772 3559

Hjälpmedel: Linjal, utdelat formelblad. Ingen räknedosa.

Betygsgränser: 20 poäng krävs för betyget G och 36 poäng krävs för betyget VG.

1. (a) Beräkna $\int_1^2 (3x^2 - 3\sqrt{x}) dx$. (2p)

(b) Derivera $f(x) = \frac{x}{\cos(2x)}$ men bry dig inte om att förenkla. (2p)

2. Bestäm konstanten a så att funktionen $f(x) = \sin(e^{2x})$ blir en lösning till differentialekvationen

$$y'' - 2y' + 4e^{4x}y = a \quad (6p)$$

3. Rita funktionskurvan $f(x) = \frac{2x}{2+x^2}$ och redovisa med hjälp av teckenschema förekommande lokala extrempunkter och terrasspunkter. Redovisa även eventuella vågräta och lodräta asymptoter till kurvan. (6p)

4. Finn den rätvinkliga triangel med area 2 a.e. som har kortast hypotenus. Av lösningen ska det framgå att den funna triangeln verkligen har kortast möjliga hypotenus. (6p)

5. (a) Låt $z = 3\sqrt{3} + 3i$. Beräkna $|z|$ och skriv z på polär form. (4p)

(b) Beräkna $(3\sqrt{3} + 3i)^{99}$ och skriv svaret på formen $x + iy$. (3p)

6. Området som begränsas av kurvan $y = \frac{4}{x}$, $1 \leq x \leq 4$, samt av kurvans normal i punkten $(1, 4)$ och kurvans tangent i punkten $(4, 1)$ är givet.

(a) Beräkna koordinaterna för skärningspunkten mellan normalen och tangenten. (3p)

(b) Rita området och beräkna dess area. (4p)

7. Visa att funktionen $f(x) = 2e^x - x - 1$ saknar nollställen. (6p)

8. (a) Formulera och bevisa Integralkalkylens fundamentalsats. (4p)

(b) Bevisa integreringsregeln

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx \quad (4p)$$