# Veckoblad 3

## Kapitel 4 i Matematisk statistik, Dahlbom U.

**Nya begrepp:** Kontinuerlig stokastisk variabel, frekvensfunktion f(x), fördelningsfunktion F(x), väntevärde, varians, de olika standard-fördelningarna (rektangel-, exponential- och normalfördelning).

**Övningar att räkna:** 4.1(inte e-uppgiften), 4.3 – 4.5, 4.6a, 4.7 – 4.9, 4.12, 4.13, 4.15, 4.18, 4.19, 4.21, 4.26

**Snabbrepetition:**

1. Fördelningen för en s.v. kan anges genom att man anger frekvensfunktionen eller fördelningsfunktionen eller genom att man helt enkelt säger att exempelvis $\xi$ är exponentialfördelad.

2. <u>Allmänt för kontinuerliga fördelningar</u>:

   Två villkor skall vara uppfyllda för att f(x) skall vara en frekvensfunktion:

   1) $f(x) \geq 0$

   2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

   Fördelningsfunktion: $F(x) = P(\xi \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

   $P(\xi > x) = \int_{x}^{\infty} f(t)dt = 1 - F(x)$

   $P(a < \xi \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)dx = F(b) - F(a)$

   Väntevärde: $E(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$

   Varians: $Var(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx - [E(\xi)]^2$

   Om $\xi$ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktionen f(x), då gäller för varje reellvärd funktion g att

   $$E[g(\xi)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f(x)dx$$

3. För en kontinuerlig stokastisk variabel $\xi$ gäller alltid $P(\xi = a) = 0$. Se sid. 101

4. Om vi låter $\xi$ vara väntetiden när vi kommer till ett rödljus, så är väntetiden $\xi$ i verkligheten varken diskret eller kontinuerlig. Vi har ju en positiv sannolikhet att väntetiden blir noll om vi kommer när vagnen står inne.

5. Med ett intervall $|x-a| \le \delta$ menas intervallet [a - δ , a + δ] eller $a-\delta \le x \le a+\delta$.
   I situationer när vi studerar mätvärden säger vi ofta lite slarvigt $x = a \pm \delta$

6. Med vanliga beteckningar gäller alltid: $E\left[\frac{\xi-\mu}{\sigma}\right] = 0$ samt $Var\left[\frac{\xi-\mu}{\sigma}\right] = 1$.
   $\frac{\xi-\mu}{\sigma}$ kallas den normerade variabeln. Om dessutom ξ är N[μ, σ] så är $\frac{\xi-\mu}{\sigma}$ normalfördelad; N[0, 1].

7. <u>Rektangelfördelning:</u> ξ är R(a, b)

   Frekvensfunktion: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$

   Fördelningsfunktion: $F(x) = \begin{cases} 0 & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 & x \ge b \end{cases}$

   Väntevärde: $E(\xi) = \frac{a+b}{2}$

   Varians: $Var(\xi) = \frac{(b-a)^2}{12}$

8. <u>Exponentialfördelning:</u> ξ är Exp(λ)

   Frekvensfunktion: $f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x} & x \ge 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

   Fördelningsfunktion: $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1-e^{-\lambda x} & x \ge 0 \end{cases}$

   Väntevärde: $E(\xi) = \frac{1}{\lambda}$

   Varians: $Var(\xi) = \frac{1}{\lambda^2}$

9. I en Poissonprocess där det inträffar händelser i tiden (ex. vis. bilar anländer) är tidsintervallen mellan händelserna oberoende och exponentialfördelade.

10. <u>Normalfördelningen:</u> ξ är N(μ, σ)

    Fördelningsfunktion för den normerade normalfördelningen: $\Phi(z) = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$

    Väntevärde: $E(\xi) = \mu$
    Varians: $Var(\xi) = \sigma^2$