

Övningstentamen i matematisk statistik för kemi

Uppgift 1: Bill och Georg har gått till puben tillsammans. De beslutar sig för att spela dart (vilket betyder kasta pil mot en tavla). Sedan gammalt vet de att Bill träffar tavlan med sannolikheten 0.7 medan Georg oberoende av Bills resultat träffar tavlan med sannolikheten 0.4. De båda vännerna kastar var sin pil mot tavlan samtidigt.

- Anta att endast en pil träffar tavlan. Vad är sannolikheten att det är Georg som har kastat den?
- Anta att tavlan träffas av minst en pil. Vad är sannolikheten att Georgs pil har träffat den?

(6 poäng)

Uppgift 2: Anta att man har 2 stokastiska variabler, ξ och η . Sannolikhetsfördelningen för ξ beskrivs i nedanstående tabell:

$\xi = x$	$P(\xi = x)$
0	0.1
1	0.1
2	0.2
3	0.1
4	0.3
5	0.2

Den stokastiska variabeln η kan beräknas med hjälp av sambandet $\eta = (\xi - 2)^2$. Beräkna väntevärdet och variansen för η .

(6 poäng)

Uppgift 3: Ett slumpmässigt urval på 10000 skaderapporter tas på ett försäkringsbolag vid avdelningen för bilförsäkringar. Man ser då att 75 % av alla rapporter innehåller ersättningskrav på minst 3000 kronor. Man vill nu studera nästa 400 skaderapporter som kommer in. Vad är sannolikheten att fler än 72 % av dessa 400 nyinkomna rapporterna har ersättningskrav på minst 3000 kronor?

(6 poäng)

Uppgift 4: I ett fullständigt 2^3 -faktor försök ville man undersöka effekten av 3 faktorer A, B och C. För att kunna göra en bättre analys kompletterade man med 3 försök i centrum punkten. Resultatet blev enligt nedan:

Försöks- ordning	A	B	C	resultat
7	-	-	-	-4
3	+	-	-	9
1	-	+	-	-1
6	+	+	-	16
4	-	-	+	-1
5	+	-	+	13
2	-	+	+	2
8	+	+	+	21
9	M	M	M	7
10	M	M	M	4
11	M	M	M	3

Följande effekter beräknades:

$$l_A = 15.75 \quad l_B = 5.25 \quad l_C = 3.75 \quad l_{AB} = 2.25 \quad l_{AC} = 0.75 \quad l_{BC} = 0.25 \quad l_{ABC} = 0.25$$

- Beräkna ett referensintervall och avgör vilka effekter som är signifikanta.
- Beskriv försöksresultatet med hjälp av en matematisk formel.
- Genomför en residualanalys och avgör om de antaganden man gör på försöksresultaten är uppfyllda.

(9 poäng)

Uppgift 5: I ett 2^4 -faktor försök behövde man korta ner tiden för försökens genomförande. Ett lämpligt sätt att göra detta är att använda blockning. Man beslöt att försöken skulle genomföras av 2 olika operatörer med hjälp av 2 olika maskiner. Hjälptill att genomföra blockningen så att beräkning av huvudeffekter och 2 faktorsamspel inte påverkas av blockningen. Ange vilka försök som skall genomföras av respektive operatör och vilken maskin han/hon skall använda. Till din hjälp finns en 2^4 -designmatris som bilaga i tentamen.

(4 poäng)

Uppgift 6: Ett reducerat 2^{6-3} -försök skall genomföras.

- Ange generatorer (de du tror är lämpliga. De behöver inte vara de bästa.)
- Vilken upplösning får du?
- Ange vilka alias som faktorn B får.

(6 poäng)

Uppgift 7: Vid upprepade vägningar av ett föremål fick man en genomsnittsvikt på $\bar{x} = 15.10$ gram. Vågen ger ett slumpmässigt fel som kan antas vara normalfördelat med $\mu = 0$ gram och $\sigma = 0.10$ gram. Anta att man har gjort 25 vägningar.

- Ange ett 95%-igt konfidensintervall för föremålets verkliga vikt.
- Testa på 5%:s signifikansnivå om den sanna genomsnittsvikten kan vara större än 15.05 gram.

(7 poäng)

Uppgift 8: En plastfabrikant ville undersöka om 3 olika kemiska ingredienser, A, B och C, hade olika genomsnittseffekt på elasticiteten hos produkten. Han genomförde några experiment med följande resultat:

Produkt	Resultat											
A	5	6	5	8	6	7	6	5	6	7		
B	8	9	8	7	9	9	10	8				
C	10	10	9	8	8	9	10	9	8	9	10	8

Följande kvadratsummor beräknades:

Variationskälla	SS
Produkt	49.8
Totalt	72.7

- Använd ovanstående uppgifter för att fylla i en ANOVA-tabell.
- Använd variansanalys för att testa om de tre ingredienserna samma genomsnittliga effekt på elasticiteten.

(6 poäng)