

Matematisk statistik LKT325 (Kemiprogrammet)

Tentamen 20160407

Tid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Examinator: Johan Tykesson

Telefonvakt: Johan Tykesson, 0703182096.

Betygsgränser: 0 – 19 ger betyg U, 20 – 29 betyg 3, 30 – 39 betyg 4, 40 – 50 betyg 5.

Resultat i LADOK senast: 28 april

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!

OBS: text på FYRA sidor!

- (1+2+3 poäng) Man brukar skilja på fyra olika sorters blodtyper: typ O, typ A, typ B och typ AB. Antag att i Sveriges befolkning det gäller att 44% har blodtyp O, 42% har blodtyp A, 10% har blodtyp B, och 4% har blodtyp AB. Antag att man väljer ut 2 personer slumpmässigt och kollar vilken blodtyp de har. Sveriges befolkning är så stor att vi kan anta att de bägge personerna är oberoende av varandra.
 - Vad är sannolikheten att båda personerna har blodtyp AB?
 - Vad är sannolikheten att åtminstone en av personerna har blodtyp O?
 - Vad är sannolikheten att båda personerna har samma blodtyp?
- (4 poäng) En kaffeautomat fyller muggar med kaffe. Mängden kaffe som hamnar i en mugg beror på slumpen. Om standardavvikelsen för mängden kaffe som hamnar i en mugg är för stor får man undersöka om det är något fel på maskinen. Man har en regel som säger att om standardavvikelsen överstiger 1 centiliter, så undersöker man maskinen. Man gör nu 4 mätningar och får resultaten (i enheten centiliter)

20.01 20.03 19.96 20.08

Vi gör antagandet att mätningarna kommer från en normalfördelning och att de är gjorda oberoende av varandra. Beräkna ett ensidigt 95% konfidensintervall för σ . Ger intervallet dig anledning att undersöka maskinen?

- (5 poäng) I en plånbok finns det 4 mynt: En 50-öring, en 1-krona och två 5-kronor. Antag att man slumpmässigt drar upp 2 mynt *utan* återläggning. Låt ξ vara summan av de dragna myntens värden. Beräkna väntevärde och standardavvikelse för ξ .

4. (3+4 poäng) Fru Granbloms utgifter under en dag (räknat i kronor) kan beskrivas som en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{62500000}(1500x - 3x^2) & \text{för } 0 \leq x \leq 500 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för fru Granbloms utgifter under en dag.
- (b) Antag att fru Granbloms utgifter under olika dagar är oberoende av varandra. Beräkna approximativt sannolikheten att hennes utgifter under 100 dagar är mindre än eller lika med 26500 kronor.
5. (2+3+3 poäng) En person kastar pil. Avståndet mellan punkten där pilen träffar tavlan och tavlans mittpunkt kan betraktas som en exponentialfördelad stokastisk variabel med väntevärde 5 centimeter. Om pilen hamnar mindre än eller lika med 3 centimeter från tavlans mittpunkt får man 2 poäng. Om pilen hamnar mer än 3 men mindre än eller lika med 6 centimeter från tavlans mitt får man 1 poäng. Annars får man 0 poäng.
- (a) Antag att man gör ett kast. Beräkna sannolikheten att man får 2 poäng.
- (b) Antag att man gör två kast. Beräkna sannolikheten att man får totalt 2 poäng på de två kasten.
- (c) Antag att man gör 5 kast. Låt η vara antalet kast där pilen hamnar mer än 6 centimeter från tavlans mitt. Beräkna $P(\eta \geq 4)$.
6. (4 poäng) En maskin som producerar ostbågar har börjat krångla och gör dem alldeles för långa. En reparatör kom och justerade maskinen och man har nu provmätt första batchen ostbågar efter justeringen. Maskinen producerar ostbågar vars längder kan antas komma från en normalfördelning. Medellängden i stickprovet var $\bar{x} = 2.25$ cm och stickprovsstandardavvikelsen $s = 0.5$ cm, baserat på mätningar av 100 stycken ostbågar. Testa hypotesen att det sanna genomsnittsvärdet för ostbågarnas längder är större än 2.2 cm. Använd signifikansnivån 0.05.

7. (3+2 poäng) Man undersökte hur faktorerna A (temperatur), B (rotationshastighet) och C (katalysator) påverkade resultatet i ett kemiförsök. Ett fullständigt faktorförsök med de olika faktorerna inställda på två olika nivåer (+ eller -) gjordes. Man fick följande resultat (i procent av ett visst ämne) vid de 8 olika försöken:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	55.0
2	+	-	-	65.0
3	-	+	-	65.5
4	+	+	-	75.0
5	-	-	+	56.1
6	+	-	+	66.8
7	-	+	+	64.4
8	+	+	+	75.4

- (a) Beräkna följande huvudeffekter och samspelseffekter: l_A , l_B , l_C , l_{AB} , l_{BC} och l_{ABC} .
- (b) Antag att man också var intresserad av faktorerna D och E, men man har bara råd med 8 försök. Man gör ett reducerat faktorförsök. I det reducerade faktorförsöket använde man inställningar enligt följande tabell:

Nr.	A	B	C	D	E
1	-	-	-	+	-
2	+	-	-	-	+
3	-	+	-	-	+
4	+	+	-	+	-
5	-	-	+	+	+
6	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	+	+

Som syns i tabellen har man valt teckenkolumner för A, B och C precis som i deluppgift a. Vilka generatorer har man använt för att få teckenkolumnerna för D och E?

8. (7 poäng) En flodhäst skall vandra från en flod till en annan. Det finns två vandringsstigar: stig 1 och stig 2. Om flodhästen tar stig 1 så blir vandringstiden en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde 35 minuter och standardavvikelse 5 minuter. Om flodhästen tar stig 2 så blir vandringstiden också normalfördelad, men med väntevärde 40 minuter och standardavvikelse 6 minuter. Antag att flodhästen väljer stig 1 med sannolikhet 0.8 och stig 2 med sannolikhet 0.2. Låt A vara händelsen att flodhästen tar stig 1. Låt B bara händelsen att vandringstiden varar mindre än eller lika med 42 minuter. Beräkna $P(B)$ och den betingade sannolikheten $P(A|B)$.

9. (4 poäng) Forskare vid The Chili Institute i New Mexico arbetar för att odla fram en ny rekordhet chili. Tidigare försök har gett chilifrukt med en hetta över 2 miljoner Scoville Heat Units (en enhet för att mäta chilifrukters hetta). Nu vill forskarna jämföra den senaste rekordchilin och de nuvarande chilisorterna, Carolina Reaper och Trinidad Moruga Scorpion. De gör mätningar på flera frukter från de olika arterna och jämför dem i en ANOVA. Vi antar att förutsättningarna för att kunna använda ANOVA är uppfyllda.

Tabell 1: Mätvärden i miljoner Scoville Heat Units (MSCU)

Ny chili	Carolina Reaper	Trinidad Moruga Scorpion
2.094	2.044	1.844
1.993	2.214	1.946
2.070	2.137	1.938
1.984	2.134	1.832
1.960	2.060	1.870

Datan från mätresultaten gav följande ANOVA-tabell. Fyll ut de saknade delarna av ANOVA-tabellen och använd den för att avgöra om det finns någon skillnad i genomsnittlig hetta för de olika typerna av chilifrukt (dvs. huruvida H_0 skall förkastas eller ej). Använd signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

Variationskälla	SS	df	MS	F_0
Chilityp	0.1354
Okänd
Total	0.1789

Lycka till!