Matematisk statistik LKT325 (Kemi-programmet) Tentamen 2017-04-12

Tid: 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Examinator: Johan Tykesson
Telefonvakt/jour: Ivar Simonsson, 0738027538. Till salen ca 9.30 och 11.30
Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!
OBS: text på tre sidor!
Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

---

1. (4+1 poäng) Mia är programmerare och har just börjat jobba på ett företag som tillverkar mjukvara. Företaget har en bra algoritm för att lösa ett specifikt problem. Denna algoritm löser problemet på ungefär 9.1 sekunder. Mia får i uppdrag att skapa en ny (slumpmässig) algoritm som i genomsnitt löser problemet snabbare. Problemet löstes 10 gånger med Mias nya algoritm och följande tidsåtgånger uppmättes:

   8.1 6.2 9.3 7.6 9.2 9.6 5.6 8.0 8.5 7.8

   (a) Utför ett hypotestest för att undersöka om Mia har lyckats med sitt uppdrag, dvs om hennes algoritm i genomsnitt är snabbare än den gamla algoritmen. Stickprovsstandardavvikelsen beräknas till $s = 1.297$.

   (b) Har du gjort något antagande för att kunna utföra testet?

2. (6 poäng) I en domstol händer det ibland att en oskyldig person döms. Antag att bland de åtalade är 70% skyldiga och att sannolikheten att en skyldig döms är 59%, medan sannolikheten att en oskyldig döms är 0.4%. Beräkna den betingade sannolikheten att en person är oskyldig, givet att personen döms.

3. (3+3 poäng) Antag att mätvärdena 25.5, 24.3 och 21.6 kommer från en normalfördelning med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ. Antag också att mätningarna är gjorda oberoende av varandra.

   (a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för μ

   (b) Beräkna ett 95% två-sidigt konfidensintervall för σ

4. (2+3 poäng) Antag att A, B och C är händelser. Det gäller att A och B är oberoende samt att A och C är disjunkta. Dessutom gäller det att $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ och $P(A \cup B \cup C) = 0.9$.

   (a) Beräkna $P(A \cup B)$

   (b) Beräkna $P(B^c \cap C)$.

5. (5 poäng) En grupp kemistudenter var intresserade av surheten hos kaffet på deras favoritkaféer. Mer specifikt ville de veta om det var skillnad mellan pH-värdena i det vanliga bryggkaffet hos kaféerna. Utspritt över en vecka beställde de fyra koppar kaffe på vart och ett av kaféerna och uppmätte sedan pH-värdet. Resultat blev följande:

Kafé 1	Kafé 2	Kafé 3	Kafé 4
5.16	5.30	5.24	4.75
5.15	5.26	4.97	4.57
4.96	5.14	4.94	4.81
4.76	5.31	5.19	4.87

Studenterna vill nu utföra ANOVA för att undersöka om det finns någon skillnad mellan kaféerna. Här är en påbörjad ANOVA-tabell för undersökningen.

Variationskälla	SS	*df*	MS	F
Mellan grupper	0.52532	...	...	...
Inom grupper	...	...	...	
Totalt	0.76591	...		

Komplettera ANOVA-tabellen och fullfölj analysen för att undersöka om det genomsnittliga pH-värdet i kaffet skiljer sig mellan kafeérna. Var noga med att berätta vilken hypotes du testar.

6. (3+2+3 poäng) Antag att ξ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 6x^2 & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

En student vill släppa en pappershelikopter från höjden 10 meter. Pga slumpen blir släpphöjden inte exakt 10 meter. Istället kan släpphöjden betraktas som en stokastisk variabel η, som ges av sambandet $\eta = 9.75 + 0.5\xi$.

(a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för ξ.

(b) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för η.

(c) Beräkna sannolikheten att helikoptern släpps från en höjd som är mindre än eller lika med 10.1 meter.

7. (2+4 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A, B och C påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	53
2	+	-	-	54
3	-	+	-	77
4	+	+	-	78
5	-	-	+	53
6	+	-	+	55
7	-	+	+	77
8	+	+	+	79

   (a) Beräkna huvudeffekten l_A och tre-faktorsamspelet l_{ABC}.

   (b) Antag att man också var intresserad av faktorerna D och E och F. Man har bara råd att göra 8 försök, så man får göra ett reducerat faktorförsök. Antag att man väljer teckenkolumner för A, B och C precis som ovan. Antag sedan att man väljer de tre generatorerna $D = ABC$, $E = BC$ och $F = AC$. Beräkna upplösningen för det reducerade faktorförsöket och beräkna alla alias för A.

8. (2+4 poäng) En student tar buss 16 till Lindholmen varje dag. Antag att bussen går exakt klockan 7.45 varje dag. Antag att restiden till Lindholmen är normalfördelad med väntevärde 21 minuter och standardavvikelse 3 minuter. För att komma i tid till föreläsning måste hon vara på Lindholmen senast klockan 8.10.

   (a) Vad är sannolikheten att hon kommer i tid en given dag?

   (b) Antag att hon reser till Lindholmen 200 dagar. Beräkna (approximativt) sannolikheten att hon kommer i tid mindre än eller lika med 190 dagar av dessa 200 dagar. Vi antar att resorna på olika dagar är oberoende av varandra.

9. (3 poäng) Antag att ξ och η är oberoende diskreta stokastiska variabler. Det gäller att $P(\xi = 0) = P(\eta = 0) = 0.5$ och $P(\xi = 1) = P(\eta = 1) = 0.5$. Beräkna $E(2^{\xi\eta})$.

   Lycka till!