LKT325

LÖSNINGAR ~~[illegible]~~ 20160407

1.

a) $P(\text{båda AB}) = P(\{\text{person 1 AB}\} \cap \{\text{person 2 AB}\})$

$\underset{\uparrow}{=} P(\text{person 1 AB})\,P(\text{person 2 AB}) = 0{,}04^2 = \boxed{0{,}0016}$

oberoende

b) $P(\text{åtminstone en har 0:s}) = P(\{\text{person 1 0:s}\} \cup \{\text{person 2 0:s}\})$

$\underset{\uparrow}{=} P(\text{person 1 0}) + P(\text{person 2 0}) - P(\text{person 1 0})\,P(\text{person 2 0})$

additionssatsen + oberoende

$= 0{,}44 + 0{,}44 - 0{,}44 \cdot 0{,}44 = \boxed{0{,}6864}$

c) $P(\text{båda samma blodtyp}) =$

$\underset{\uparrow}{=} P(\text{båda 0}) + P(\text{båda A}) + P(\text{båda B}) + P(\text{båda AB})$

disjunkta

$\underset{\uparrow}{=} 0{,}44^2 + 0{,}42^2 + 0{,}1^2 + 0{,}04^2 = \boxed{0{,}3816}$

oberoende

2.

$\bar{x} = \frac{1}{4}(20{,}01 + \ldots + 20{,}08) = 20{,}02$

$s = \sqrt{\frac{1}{3}\left((20{,}01 - 20{,}02)^2 + \ldots + (20{,}08 - 20{,}02)^2\right)} = 0{,}0497$

$\alpha = 0{,}05$ Ett $(1-\alpha)\cdot 100\%$ ensidigt konf.int. för σ ges av $\left[0, \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha}}}\right] \underset{\uparrow}{=} \left[0, \sqrt{\frac{3 \cdot 0{,}0497^2}{0{,}3518}}\right]$

$\chi^2_{0{,}95} = 0{,}3518$

$\boxed{= [0,\ 0.1451]}$

Slutsats: Eftersom 1 ligger ovanför gränsen till det beräknade 95% konf. intervallet ~~[illegible]~~ behöver vi ej kolla maskinen.

3.) Låt ξ = de båda mynten's totala värde

Vi har att 2 mynt kan dras från 4 på

$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}{4} = 6$ olika sätt, om vi

ej tar hänsyn t. ordningen, så varje par av mynt har sannolikhet $\frac{1}{6}$ att bli dragna.

ξ kan anta värdena 1,50 kr, 5,50 kr, 6 kr och 10 kr.

Vi har $P(\xi = 1{,}50) = \frac{1}{6}$

$P(\xi = 5{,}50) = \frac{2}{6}$ (ty det finns 2 5-kronor)

$P(\xi = 6) = \frac{2}{6}$ (— " —)

$P(\xi = 10) = 1/6$

Vi får $E(\xi) = 1{,}50\cdot\frac{1}{6} + 5{,}50\cdot\frac{2}{6} + 6\cdot\frac{2}{6} + 10\cdot\frac{1}{6} = \boxed{5{,}75 \text{ kr}}$

$E(\xi^2) = 1{,}50^2\frac{1}{6} + 5{,}50^2\cdot\frac{2}{6} + 6^2\cdot\frac{2}{6} + 10^2\cdot\frac{1}{6} = 39{,}125\ (kr)^2$

$\Rightarrow Var(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2 = 39{,}125 - 5{,}75^2 = 6{,}0625$

$\Longrightarrow S(\xi) = \sqrt{Var(\xi)} = \sqrt{6{,}0625} = \boxed{2{,}4622 \text{ kr}}$

4a) $E(\xi) = \int_0^{500} \frac{x}{6{,}25 \cdot 10^7} (1500x - 3x^2)\,dx$

$= \frac{1}{6{,}25 \cdot 10^7} \left[\frac{1500}{3} x^3 - \frac{3x^4}{4} \right]_0^{500} =$

$= \frac{1}{6{,}25 \cdot 10^7} \cdot \left(\frac{1500}{3} \cdot 500^3 - \frac{3 \cdot 500^4}{4} \right) = \boxed{250}$ kr

$E(\xi^2) = \int_0^{500} \frac{x^2}{6{,}25 \cdot 10^7} (1500x - 3x^2)\,dx = \ldots = 75000$ (kr)^2

$\Longrightarrow Var(\xi) = E(\xi^2) - (E(\xi))^2 = 75000 - 250^2 = 12500$ (kr)^2

$\Longrightarrow S(\xi) = \sqrt{Var(\xi)} = \sqrt{12500} = \boxed{111{,}803}$

b) Låt $\eta = \sum_{i=1}^{100} \xi_i$ där ξ_i = utgifterna dag i (för $i = 1, \ldots, 100$)

Vi har $\mu = E(\xi_i) = 250$ och $\sigma = S(\xi_i) = 111{,}803$ enligt a).

Enligt Centrala Gränsvärdes-Satsen gäller att

η är approximativt $N(100 \cdot 250, \sqrt{100} \cdot 111{,}803)$

$= N(25000, 1118{,}03)$

Vi får $P(\eta \leq 26500) = P\left(\frac{\eta - 25000}{1118{,}03} \leq \frac{26500 - 25000}{1118{,}03} \right)$

$\approx \Phi(1{,}3416) \underset{\uparrow \text{ tabell}}{=} \boxed{0{,}9099}$

5.) Låt ξ = avståndet t tavlans mitt

$\xi \in \mathrm{Exp}(\lambda)$. Eftersom $E(\xi) = 5$ cm blir

$\lambda = \frac{1}{5}$ cm^{-1}.

a) $P(2 \text{ poäng}) = P(\xi \leq 3) = \int_0^3 \frac{1}{5} e^{-\frac{x}{5}} dx =$

$= \left[-e^{-\frac{x}{5}}\right]_0^3 = \boxed{1 - e^{-3/5}} \approx \boxed{0.4512}$

b) $P(2 \text{ poäng totalt på 2 kast})$

$= P(\text{kast } 1 = 2p \cap \text{kast } 2 = 0p)$

$+ P(\text{kast } 1 = 0p \cap \text{kast } 2 = 2p)$

$+ P(\text{kast } 1 = 1p \cap \text{kast } 2 = 1p)$

$\underset{\text{oberoende kast}}{=} P(2_p) \cdot P(0_p) + P(0_p) P(2_p) + P(1_p) \cdot P(1_p)$

$P(0_p) = P(\xi > 6) = \int_6^\infty \frac{1}{5} e^{-\frac{1}{5}x} dx = \left[-e^{-\frac{x}{5}}\right]_6^\infty = e^{-\frac{6}{5}}$

$P(1_p) = 1 - P(0_p) - P(2_p) = 1 - (1 - e^{-3/5}) - e^{-\frac{6}{5}}$

$= e^{-3/5} - e^{-6/5}$

$\Rightarrow P(2 \text{ p. totalt på 2 kast}) = 2 \cdot (1 - e^{-3/5}) \cdot e^{-\frac{6}{5}} + (e^{-3/5} - e^{-6/5})^2$

$\approx \boxed{0.3331}$

5 c) Låt η = antalet kast där pilen hamnar mer än 6 cm från tavlans mitt

η är $Bin(n=5, p=e^{-\frac{6}{5}})$

$$P(\eta \geq 4) = P(\eta=4) + P(\eta=5) = \binom{5}{4}(e^{-6/5})^4(1-e^{-6/5})^{5-4}$$
$$+ \binom{5}{5}(e^{-\frac{6}{5}})^5(1-e^{-6/5})^{5-5}$$
$$= \ldots \approx \boxed{0{,}0312}$$

6. $s = 0.5$ $\bar{x} = 2.25$ $n = 100$

Steg 1: Hypoteser: $H_0: \mu \leq 2.2$ cm

$H_1: \mu > 2.2$ cm

Steg 2: Signifikansnivån $= \alpha = 0,05$

Steg 3: Normalfördelning där σ okänd och skattas med $s = 0,5$

Använd att $t = \frac{\bar{x} - 2.2}{s/\sqrt{n}}$ kommer från t-fördelningen med 99 frihetsgrader om $\mu = 2.2$

Steg 4: I detta fall blir $t = \frac{2.25 - 2.2}{0.5/\sqrt{100}} = 1,00$

Steg 5: Eftersom det är ett ensidigt test gäller att vi förkastar H_0 om $t > 1,66$, annars förkastar vi ej H_0.

från tabellen då antalet frihetsgrader = 120 vilket är det som ligger närmast 99.

Här ser vi att H_0 ej kan förkastas på den valda signifikansnivån 0,05, ty $1 < 1,66$.

7

En fullständig teckentabell blir

	A	B	C	AB	BC	AC	ABC	y
1	−	−	−	+	+	+	−	55
2	+	−	−	−	+	−	+	65
3	−	+	−	−	−	+	+	65,5
4	+	+	−	+	−	−	−	75
5	−	−	+	+	−	−	+	56.1
6	+	−	+	−	−	+	−	66.8
7	−	+	+	−	+	−	−	64.4
8	+	+	+	+	+	+	+	75.4

a)

$$l_A = \frac{(65+75+66{,}8+75{,}4)}{4} - \frac{(55+65{,}5+56{,}1+64{,}4)}{4} = \boxed{10{,}3}$$

$$l_B = \frac{(65.5+75+64{,}4+75{,}4)}{4} - \frac{(55+65+56{,}1+66{,}8)}{4} = \boxed{9{,}35}$$

$$l_C = \frac{(56.1+66.8+64{,}4+75{,}4)}{4} - \frac{(55+65+65.5+75{,}0)}{4} = \boxed{0{,}55}$$

$$l_{AB} = \frac{(55+75+56{,}1+75{,}4)}{4} - \frac{(65+65.5+66{,}8+64{,}4)}{4} = \boxed{-0{,}05}$$

$$l_{BC} = \frac{(55+65+64.4+75{,}4)}{4} - \frac{(65{,}5+75+56{,}1+66{,}8)}{4} = \boxed{-0{,}9}$$

$$l_{ABC} = \frac{(65+65{,}5+56.1+75{,}4)}{4} - \frac{(55+75+66{,}8+64{,}4)}{4} = \boxed{0{,}2}$$

b) Vi ser att teckenkolumnen för D är samma som för AB
— " — E — " — ABC

Generatorerna är alltså $\boxed{D = AB \text{ och } E = ABC}$

8) $A = \{$flodhästen tar stig 1$\}$

a) $B = \{$vandringen varar ≤ 42 min$\}$

Låt ξ = vandringstiden

$$P(B) = P(\xi \leq 42) = P(\xi \leq 42 | A) P(A) + P(\xi \leq 42 | A^c) P(A^c)$$

$$= P(\xi_1 \leq 42) P(A) + P(\xi_2 \leq 42) P(A^c)$$

Låt ξ_1 vara $N(35, 5)$

ξ_2 vara $N(40, 6)$

$$= P\left(\frac{\xi_1 - 35}{5} \leq \frac{42-35}{5}\right) \cdot 0{,}8 + P\left(\frac{\xi_2 - 40}{6} \leq \frac{42-40}{6}\right) \cdot 0{,}2$$

$$= \Phi(1{,}4) \cdot 0{,}8 + \Phi(0{,}33) \cdot 0{,}2 \underset{\text{tabell}}{=} 0{,}9192 \cdot 0{,}8 + 0{,}6293 \cdot 0{,}2$$

$$= \boxed{0{,}8612}$$

b) Bayes sats $\Rightarrow$ $P(A|B) = P(B|A) \cdot \frac{P(A)}{P(B)} =$

$$= \frac{0{,}9192 \cdot 0{,}8}{0{,}8612} = \boxed{0{,}8539}$$

$$P(B|A) \underset{\text{se a)}}{=} P(\xi_1 \leq 42) = 0{,}9192$$

9. Envägs-ANOVA.

Hypoteser: $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

H_1: alla μ_i ej lika

Ifylld tabell blir:

Variationskälla	SS	df	MS	F_0
Chilitsp	0,1354	2	0,0677	18,676
Okänd	0,04351	12	0,003626	
Total	0,1789	14		

Kritiska värdet (om $\alpha = 0,05$) ges av

$$F^{\alpha=0,05}_{\nu_1=2,\ \nu_2=12} = 3,89$$

Vi har att $$F_0 = \frac{MS_{chilitsp}}{MS_{okänd}} = \frac{0,0677}{0,003626} = 18,676$$

Vilket är större än 3,89.

H_0 kan således förkastas.