# Matematisk statistik LKT325
# Tentamen 20160113

**Tid:** 8.30-12.30
**Hjälpmedel**: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
**Examinator**: Johan Tykesson
**Telefonvakt**: Johan Tykesson, 0703182096. Rond ca 9.30 och 11.30
**Betygsgränser**: $0-19$ ger betyg U, $20-29$ betyg 3, $30-39$ betyg 4, $40-50$ betyg 5.

---

**Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!**
**OBS: text på fyra sidor!**

1. (3+3 poäng) Student A och student B studerar på Lindholmen. Tiden det tar för student A att ta sig från sitt hem till Lindholmen kan sägas vara normalfördelad med väntevärde 35 minuter och standardavvikelse 3 minuter. Motsvarande tid för student B är normalfördelad med väntevärde 34 minuter och standardavvikelse 2 minuter. Student A och B har helt olika resvägar så vi antar att deras restider är oberoende. Vi antar också att restiderna för olika dagar är oberoende av varandra.

   (a) Antag att student A startar sin resa exakt klockan 7.30 varje arbetsdag. Vad är sannolikheten att hon kommer till Lindholmen innan klockan 8.10 minst 4 av de 5 arbetsdagarna under en vecka?

   (b) Antag att student A och student B båda startar sina resor exakt klockan 7.30 en dag. Vad är sannolikheten att student B kommer fram till Lindholmen tidigare än student A?

2. (3+3 poäng) I en teknologklass finns det 200 elever. Sannolikheten att en elev kommer till en föreläsning är 0.87. Antag att alla studenterna fattar beslut om de skall gå till föreläsningen oberoende av varandra.

   (a) Beräkna sannolikheten att det kommer fler än 179 elever till föreläsningen.

   (b) Vad är det minsta antalet platser som behövs i föreläsningssalen för att sannolikheten att alla skall få plats skall bli större än eller lika med 0.95? Du får lov att använda sambandet $\Phi(1.645) = 0.95$.

   Motivera eventuella approximationer du gör i uppgift a och b ovan.

3. (2+1 poäng) Antag att $\xi$ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{7}(1 + x - x^2) & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

   (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för $\xi$.

   (b) Beräkna $\mathrm{Var}(1 - 2\xi)$.

4. (2.5+2.5 poäng) En chipsfabrik tillverkar påsar med pepparchips. Vi antar att påsarnas vikter är normalfördelade med okänt väntevärde $\mu$ och okänd standardavvikelse $\sigma$, samt att olika påsars vikter är obereonde av varandra. Antag att man mäter 6 påsars vikter och får värdena (i gram)

$$243.4,\ 245.0,\ 247.3,\ 248.3,\ 245.1,\ 246.3$$

   (a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för $\mu$.

   (b) Beräkna ett 99% konfidensintervall för $\sigma^2$.

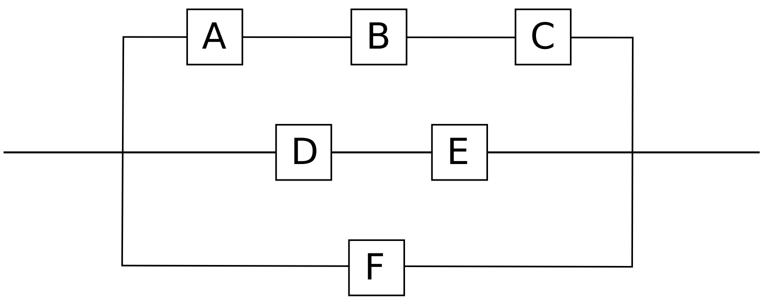
5. (7 poäng) Antag att vi har två urnor som vi kallar urna A och urna B. I urna A finns 3 gröna kulor och 4 blåa kulor. I urna B finns 4 gröna och 2 blåa kulor. Antag att vi först drar 2 kulor slumpmässigt (utan återläggning) från urna A och lägger dem i urna B. Efter det drar vi 4 kulor slumpmässigt (utan återläggning) från urna B. Låt $E$ vara händelsen att båda kulorna som dras från urna A är blåa. Låt $F$ vara händelsen att exakt 2 av de 4 kulorna som dras från urna B är gröna. Beräkna sannolikheterna $P(E)$ och $P(F)$, och de betingade sannolikheterna $P(E|F)$ och $P(F|E)$.

6. (1+3+3 poäng) Betrakta systemet nedan. De sex komponenterna fungerar oberoende av varandra. Varje komponent fungerar med sannolikhet 0.96. För att systemet skall fungera måste samtliga komponenter i minst en av de tre vägarna (från vänster till höger) genom systemet fungera.

   (a) Vad är sannolikheten att alla de 6 komponenterna fungerar?

   (b) Vad är sannolikheten att systemet fungerar?

   (c) Beräkna den betingade sannolikheten att samtliga tre komponenter i den översta vägen fungerar givet att systemet fungerar.



7. (2+2+2 poäng) Man undersökte hur faktorerna A (jordsort), B (vätsketillförsel), C (typ av gödning) och D (typ av belysning) påverkade salladsodling. Man gjorde ett fullständigt faktorförsök med de olika faktorerna inställda på två olika nivåer (+ eller -). Man fick följande vikter (i kg sallad) på skördarna vid de 16 olika odlingarna:

| Nr. | A | B | C | D | Resultat y |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | - | - | - | - | 20.1 |
| 2 | + | - | - | - | 22.9 |
| 3 | - | + | - | - | 19.8 |
| 4 | + | + | - | - | 25.0 |
| 5 | - | - | + | - | 18.1 |
| 6 | + | - | + | - | 27.0 |
| 7 | - | + | + | - | 19.0 |
| 8 | + | + | + | - | 25.2 |
| 9 | - | - | - | + | 20.2 |
| 10 | + | - | - | + | 22.9 |
| 11 | - | + | - | + | 20.2 |
| 12 | + | + | - | + | 26.5 |
| 13 | - | - | + | + | 19.2 |
| 14 | + | - | + | + | 22.8 |
| 15 | - | + | + | + | 18.3 |
| 16 | + | + | + | + | 24.1 |

(a) Beräkna tvåfaktorsamspelet $l_{AC}$.

(b) Antag att man också var intresserad av faktorerna $E$ och $F$ och $G$. Man gör ett reducerat faktorförsök. Man väljer teckenkolumner för $A$, $B$, $C$ och $D$ som ovan. Antag att man har valt generatorerna $E = AB$, $F = AC$ och $G = ABCD$. Beräkna alla ord i detta reducerade faktorförsök samt bestäm upplösningen.

(c) Gör ett eget val av generatorer som ger högre upplösning än valet i b-uppgiften. (Utför beräkningarna som visar att upplösningen är högre)

8. (5 poäng) Dieten hos afrikanska flodhästar kan avgöras utifrån förhållandet mellan isotoperna $^{13}$C och $^{12}$C vid analys av bland annat tandemalj. Beroende på vilken sorts växtmaterial flodhästarna äter ändras förhållandet mellan de båda isotoperna. Forskare har anledning att misstänka att den vanliga afrikanska flodhästarten *Hippopotamus amphibius* har ändrat sin diet sedan de första studierna gjordes i början av 80-talet. Nya mätningar på $^{13}$C/$^{12}$C-förhållandet i emalj från 2015 har gjorts och du får i uppgift att studera datan för att se om det finns belägg för att flodhästarna bytt diet.

   Tabell 1: Förhållande mellan $^{13}$C och $^{12}$C i tre emaljprover per årtal från *Hippopotamus amphibius* som lever i Katavi National Park i Tanzania, värden angivna i promille.

   | År | $^{13}$C/$^{12}$C ratio |
   |---|---|
   | 1982 | 3.5, 3.3, 3.6 |
   | 1984 | 3.3, 3.2, 3.4 |
   | 2015 | 2.9, 3.3, 3.1 |

   Använd ANOVA för att undersöka om $^{13}$C/$^{12}$C-värdena skiljer sig mellan årens mätningar. Använd signifikansnivå 0.05. Är detta en envägs eller tvåvägs ANOVA? Du kan utgå från följande påbörjade ANOVA-tabell vid lösandet av uppgiften:

   | Variationskälla | SS | df | MS | $F_0$ |
   |---|---|---|---|---|
   | År | ... | ... | ... | ... |
   | Okänd | 0.14667 | ... | ... | |
   | Total | 0.34889 | ... | | |

9. (5 poäng) En korvfabrik producerar korvar som måste vara av en viss längd för att passa i förpackningen. Fabrikören vill att korvarna ska vara så långa som möjligt för att kunderna ska bli nöjda, men är orolig att maskinen som gör korvarna inte fungerar som den ska. Korvarnas medellängd skall helst vara mindre än eller lika med 13 cm för att få plats i förpackningen (förpackningens invändiga längd är dock något större än så). I ett urval om 12 korvar mättes medellängden till 13.3 cm. Man vet sedan tidigare att maskinen producerar korvar med en standardavvikelse på 0.9 cm, och att längderna är normalfördelade. Utför lämpligt hypotestest och beräkna testets p-värde för att avgöra om korvarnas genomsnittslängd överstiger 13 cm. Använd 1% signifikansnivå. Vad händer om man använder 5% signifikansnivå istället?

   **Lycka till!**