

Matematisk statistik LKT325

Tentamen 20190115

Tid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456

Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.

OBS: text på TRE sidor!

1. (2+2+3 poäng) För händelserna A och B gäller att

$$P(A) = 0.5, \quad P(B) = 0.4, \quad P(A \cap B) = 0.3.$$

Beräkna

- (a) $P(A|B^c)$,
- (b) $P(A^c \cap B^c)$,
- (c) $P((A \cup B) \cap (A \cap B)^c)$. (Detta är samma sak som $P((A \cup B) \setminus (A \cap B))$)
2. (1+3 poäng) I de lilla municipalsamhället Stuvesberg är telefonnumren femsiffriga, från 20 000 till 99 999.
- (a) Hur många telefonnummer är möjliga (finns)?
- (b) En prognos på befolkningstillväxten visar att dessa inte kommer att räcka. Man utökar antalet telefonnummer genom följande två ändringar. Man behåller alla telefonnummer som är möjliga i a) men tar bort de som börjar med siffran 7. Därefter inför man alla sexsiffriga telefonnummer som börjar med 7. Hur många möjliga telefonnummer finns det totalt efter dessa två ändringar?
3. (2+2+3 poäng) Tiden för Börje att lägga ett golv i ett rum (på 60m²), är normalfördelad med väntevärde 1.5 och standardavvikelse 0.40, dvs $N(1.5, 0.40)$ (enhet timmar). Efter att golvet är lagt, tapetseras rummet av Lasse och tar en tid, som är $N(2.5, 0.41)$ (enhet timmar).
- (a) Vad är sannolikheten golvläggningen tar mindre än 2.0 h?
- (b) Vad är sannolikheten att den totala tiden (golvläggning+tapetsering) ligger mellan 3.5 och 4.5 h?
- (c) Antag istället att de börjar jobba samtidigt, och att förutsättningarna i övrigt är som ovan. Vad är sannolikheten att Börje blir klar först?

4. (2+3 poäng) Talen (25.0, 26.0, 24.5, 22.0, 25) är ett observerat stickprov på en normalfördelning med väntevärde μ och standardavvikelse σ .

- (a) Beräkna ett tvåsidigt 95%:s konfidensintervall för väntevärdet μ .
- (b) Beräkna ett uppåt begränsat 95%:s konfidensintervall för standardavvikelsen σ .

Räknehjälp: Från stickprovet beräknas medelvärde $\bar{x} = 24.5$ och standardavvikelse $s = 1.5$.

5. (2+4 poäng) Antalet cyklister som passerar GB-bron i Stuvesbergs Centrum under en minut är Poissonfördelat med väntevärde 1.5. Antalet cyklister under olika minuter antas oberoende av varandra.

- (a) Vad är sannolikheten att minst två cyklister passerar bron under en given minut?
- (b) Vad är (approximativt) sannolikheten att minst 60 cyklister passerar bron under en timma?

6. (3 + 2 + 2 poäng)

Familjen Yrsel åkte på gemensam cykelsemester förra sommaren. Semestern varade i 32 dagar och varje dag innebar en cykelsträcka på 3 mil (vi kan tänka oss att varje sträcka var likvärdig i svårighetsgrad).

Vi kan tänka oss att tiden en sträcka cyklades är en responsvariabel (y). Responsvariabeln kan påverkas av tre olika faktorer (ålder, kön och om det regnar eller inte). Då familjen består av jämnåriga föräldrar och deras två barn som är tvillingsyskon (en flicka och en pojke) samt att det regnade 16 av dagarna som familjen cyklade så kan man undersöka responsvariabeln med hjälp av ett 2^3 försök där det existerar 4 replikat för varje provgrupp.

Faktorer	A: Ålder	B: Kön	C: Regn
Låg (-)	12	Man	Torrt
Hög (+)	42	Kvinna	Blött

Nr.	A	B	C	\hat{y}_i	s_i
1	-	-	-	164.9	4.3
2	+	-	-	43.0	3.9
3	-	+	-	159.1	4.8
4	+	+	-	38.5	5.1
5	-	-	+	224.7	7.0
6	+	-	+	179.0	4.9
7	-	+	+	222.2	7.7
8	+	+	+	183.0	10.5

Tabell 1: Faktorer samt försöksplan för tiden det tar att cykla en sträcka om 3 mil.

- (a) Beräkna huvud- och samspels-effekter.

- (b) Beräkna ett 95%-igt referensintervall och avgör vilka skattade effekter som är signifikanta. Till din hjälp får du att den skattade standardavvikelsen för effekterna har räknats ut till $s_{\text{effekt}} = 4.5$. Denna har man räknat ut med hjälp av alla s_i värdena i tabellen.
- (c) Under familjen Yrsels cykelsemester så cyklade far och dotter på racingcyklar och mor och son på mountainbikes. Detta kan ha spelat in i hur snabbt de cyklade. Man kan alltså räkna in en fjärde faktor, D som motsvarar cykeltyp där låg (-) skulle motsvara racingcykel och (+) mountainbike.
Försöksplanen är alltså egentligen en reducerad försöksplan, 2^{4-1} -plan. Bestäm generator, ord och upplösning för denna reducerade försöksplan.

7. (6 poäng)

Alice, Bob och Carol är tre ölintresserade kemistudenter. Var för sig har de i sina lägenheter bryggt fyra på förhand utvalda ölsorter. De har använt samma recept och samma instruktioner, men de undrar om de olika omständigheterna i deras lägenheter och/eller deras utrustning har lett till en skillnad i alkoholhalten. I första tabellen nedan kan vi se den uppmätta alkoholhalten. I den andra tabellen nedan kan vi se den påbörjade ANOVA-tabellen.

	Ölsort 1	Ölsort 2	Ölsort 3	Ölsort 4
Alice	5.2	4.1	6.8	5.9
Bob	5.4	3.9	6.5	5.5
Carol	5.0	3.5	6.5	5.6

Variationskälla	SS	df	MS	F
Mellan ölbryggare	0.245
Mellan ölsorter	11.949
Okänd
Totalt	12.363	...		

Fyll i resten av ANOVA-tabellen och utför ett hypotestest för att testa om alkoholhalten påverkas av vem som brygger ölet.

8. (4 + 2 + 2 poäng)

En forskare är intresserad av ett specifikt väntevärde. Hen misstänker att väntevärdet är större än 20. För att testa detta har hen samlat in ett stickprov av storlek 64 från den relevanta populationen och resultaten blev $\bar{x} = 21.5$ och $s^2 = 38.4$.

- (a) Utför ett hypotestest för att bedöma om forskarens misstankar stämmer. Använd signifikansnivå $\alpha = 0.05$.
- (b) Hur stort är p-värdet för testet?
- (c) Givet att stickprovsstorleken och stickprovsvariansen förblir samma, vilket är det minsta värde på stickprovsmedelvärdet som leder till att nollhypotesen förkastas på signifikansnivå $\alpha = 0.05$?

Lycka till!