

Sats 5.1: Låt ξ vara en stokastisk variabel och a och b konstanter.

$$1) \mathbf{E}[a\xi + b] = a\mathbf{E}[\xi] + b$$

$$2) \mathit{Var}(a\xi + b) = a^2\mathit{Var}(\xi)$$

Om ξ är en diskret s.v. och g en funktion, då är

$$\mathbf{E}[g(\xi)] = \sum_{\text{alla } x} g(x)P(\xi = x)$$

Om ξ är en kontinuerlig s.v. och g en funktion, då är

$$\mathbf{E}[g(\xi)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x) dx$$

Ex. 5.5: En mekanisk detalj består av två identiska delar. För att detaljen skall fungera så måste båda rörliga delarna vara hela. Av erfarenhet vet man att livslängden i år, ξ , för en sådan rörlig del kan beskrivas med sannolikhetsfördelningen:

$$P(\xi = 0) = 0.05$$

$$P(\xi = 1) = 0.25$$

$$P(\xi = 2) = 0.65$$

$$P(\xi = 3) = 0.05$$

Antag att de två delarna går sönder oberoende varandra. Beräkna förväntad livslängd på en hel detalj, som alltså består av två rörliga delar, samt motsvarande standardavvikelse.

Sats 5.2: Antag att ξ_1 och ξ_2 är två stokastiska variabler. Då är

- $\mathbf{E}[\xi_1 + \xi_2] = \mathbf{E}[\xi_1] + \mathbf{E}[\xi_2]$
- $\mathit{Var}(\xi_1 + \xi_2) = \mathit{Var}(\xi_1) + \mathit{Var}(\xi_2)$, om ξ_1 och ξ_2 är oberoende

Generalisering: Antag att $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ är stokastiska variabler och k_1, k_2, \dots, k_n konstanter. Då är

- $\mathbf{E}[k_1\xi_1 + \dots + k_n\xi_n] = k_1\mathbf{E}[\xi_1] + \dots + k_n\mathbf{E}[\xi_n]$
- $\mathit{Var}(k_1\xi_1 + \dots + k_n\xi_n) = k_1^2\mathit{Var}(\xi_1) + \dots + k_n^2\mathit{Var}(\xi_n)$ om ξ_1, \dots, ξ_n är oberoende

Ex. 5.12: En bensinstation säljer på vardagarna i genomsnitt 10.000 liter bensin per dag. Antag att försäljningen per dag är normalfördelad med en standardavvikelse på 1700 liter per dag. Beräkna sannolikheten att man under 4 successiva dagar säljer åtminstone 45.000 liter.

Ex. 5.14: Antag att månadskostnaden för mat för svenska familjer följer en normalfördelning med standardavvikelsen 650 kr. Ett slumpmässigt urval av familjer väljs ut. Antag att man vill undvika att urvalsmedelvärdet skiljer sig från populationsmedelvärdet med mer än 50 kr. Hur stort bör urvalet göras för att sannolikheten för att detta inträffar skall vara mindre än 0.10?