

Centrala gränsvärdessatsen

Sats 6.1: Antag att $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ är n stycken oberoende och likafördelade stokastiska variabler med väntevärdet μ och standardavvikelsen σ . Då är

$$\sum_{i=1}^n \xi_i \approx N(n\mu, \sqrt{n}\sigma)$$

och

$$\frac{\sum_{i=1}^n \xi_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \approx N(0, 1)$$

För medelvärdet $\bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$ gäller det att

$$\frac{\bar{\xi} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0, 1)$$

Ex.6.1: Antag att tidsåtgången för ett visst arbetsmoment i en tillverkningsprocess har väntevärdet 8.1 min och standardavvikelsen 1.3 min. Beräkna sannolikheten att tidsåtgången för att utföra 40 sådana arbetsmoment i en följd överstiger fem och en halv timmar i effektiv arbetstid. Man kan anta att det föreligger oberoende mellan tidsåtgången för successiva utföranden av detta arbetsmoment.

Ex.6.4: En teknisk konstruktör gör 100 mätningar av ett avstånd. Mätresultaten kan betraktas som likafördelade och oberoende stokastiska variabler. För att få en så bra skattning av avståndet som möjligt använder han genomsnittet av de 100 mätningarna. Därefter bildar han intervallet $(\mu - \sigma_{\bar{x}}, \mu + \sigma_{\bar{x}})$ kring avståndet μ . Hur långt blir detta intervall uttryckt i mm om standardavvikelsen för en enskild mätning är 0.2 mm?

Ex.6.8: Livslängden för en viss sorts tryckmätare är approximativt normalfördelad med $\mu = 12000$ tim och $\sigma = 3000$ tim. Välj slumpmässigt ut 144 st. Vad är sannolikheten att minst 10% av varvmätarna i urvalet kommer att fungera färre än 9000 timmar?