

TENTAMEN: Statistik och sannolikhetslära (LMA120)

Tid och plats: 8.30-12.30 den 30 maj 2015

Hjälpmedel: Typgodkänd miniräknare, formelblad

Betygsgränser: 3: 12 poäng, 4: 18 poäng, 5: 24 poäng. Maximalt antal poäng: 30

Examinator: Petter Mostad

Telefonvakt: Anders Hildeman, telefonnummer: 0708-193630

1. Ett företag beräknar att tiden det tar i minuter att tillverka en viss produkt är normalfördelad med väntevärde 8 och varians 2. Din chef bestämmer sig för att kontrollera om väntevärdet stämmer, och mäter under en dag tillverkningstiden för fyra produkter. Din chef mäter upp tiderna 5.6, 7.2, 8.1 och 7.5 och konstaterar att företaget verkar ha blivit snabbare på att tillverka produkten.
 - (a) Om chefens mätningar är oberoende och tillverkningstiden är normalfördelad med väntevärde 8 så borde antalet tider som är mindre än 8 följa en viss fördelning. Vilket fördelning är det, och vad är dess parametrar?
 - (b) Hur sannolikt är det att mäta de tider som chefen gjorde om antalet tider som är mindre än 8 följer fördelningen i (a)-uppgiften?
 - (c) Om du antar att tiden det tog att tillverka en produkt då chefen gjorde sina mätningar är normalfördelad med variansen 2, kan du beräkna ett konfidensintervall för fördelningens väntevärde? Om du svarar ja på uppgiften, beräkna ett konfidensintervall med konfidensgrad 0.98, och om du svarar nej, förklara varför det inte går.
 - (d) Om stickprovsmedelvärdet inte förändras då din chef gör fler mätningar, hur många mätningar behöver han göra för att kunna dra den slutsats han drog med hjälp av ett konfidensintervall? (2+2+3+3 poäng)
2. Antalet fartyg som ankommer till en viss hamn under loppet av en dag har visat sig vara Poissonfördelat med parametern $\lambda = 2$. Hamnen kan maximalt betjäna 3 tankfartyg dag. De tre först ankomna blir betjänade, och eventuella övriga blir omdirigerade till en annan hamn.
 - (a) Bestäm sannolikheten för att det en slumpvist vald dag kommer att omdirigeras fartyg till en annan hamn.
 - (b) Hur stor kapacitet bör hamnen byggas ut till för att med minst 99%:s sannolikhet kunna betjäna samtliga fartyg som ankommer en slumpvist vald dag?
 - (c) Antag att hamnen utökar sin kapacitet med en plats till en kostnad av 5 miljoner kronor. Om varje betjänat fartyg ger hamnen en inkomst av 50 000 kronor, hur lång tid bör hamnen räkna med att det tar innan de börjar gå plus på den extra platsen?
 - (d) Kommunen räknar med att hamnen bara kommer att vara i bruk i tre år till. Om hamnen utökar sin kapacitet med en plats; hur stor är risken att de inte kommer ha gått plus på den innan hamnen läggs ner? (2+2+3+3 poäng)
3. Ett byggföretag misstänker att hur många olyckor som sker beror på när på dygnet ett visst arbete utförs. Företaget har därför samlat in data från 100 olyckor och sammanställt den i följande tabell. Testa hypotesen att risken för olyckor inte varierar över en arbetsdag.

Tid	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17
Antal olyckor	5	7	8	18	17	12	3	12	18

(5 poäng)

4. En stokastisk variabel X har frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} Cx^2 + 100Ce^{-x}, & 0 \leq x \leq 10 \\ 0, & x < 0 \text{ eller } x > 10 \end{cases}$$

(a) Vad är C ?

(b) Vad är $\mathbb{P}(2 < X \leq 4)$

(c) Vad är väntevärdet av X ?

(d) Vad är standardavvikelsen av X ?

(1+1+1+2 poäng)