

2012-08-30

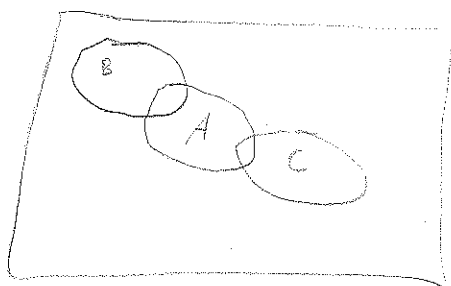
1.1 3 fel på PET flaskor som kallas A, B, C
Sorters

Vet: $P(A) = 0,08$ $P(B) = 0,06$ $P(C) = 0,05$

A, B oberoende A, C oberoende, B, C disjunkte.

a) Sannolikheten att flaskan felfri?

Lösning: {flaska felfri} = $A^c \cap B^c \cap C^c = (A \cup B \cup C)^c$



$$\Rightarrow P(\text{flaska felfri}) = \\ = 1 - P(A \cup B \cup C).$$

$$\text{Vi har } P(A \cup B \cup C) \underset{\substack{\text{add. sats för 3} \\ \text{händelser}}}{=} P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$\begin{aligned} &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A)P(B) - P(\emptyset) - P(A)P(C) + P(\emptyset) \\ &= 0,08 + 0,06 + 0,05 - 0,08 \cdot 0,06 - 0 - 0,08 \cdot 0,05 + 0 \\ &= 0,1812. \end{aligned}$$

$$\text{Så } P(\text{flaska felfri}) = 1 - 0,1812 = 0,8188$$

b) Sannolikheten flaskan har alla 3 felen?

$$\underline{\text{S:}} \quad P(\text{alla felen}) = P(A \cap B \cap C) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ty B, C disjunkte}}}{=} P(\emptyset) = 0$$

c) Sannolikheten för exakt 1 fel?

$$\underline{\text{S:}} \quad P(\text{exakt 1 fel}) = P(\text{endast fel A}) + P(\text{endast fel B}) + P(\text{endast fel C})$$

Venn-Diagramm ist ges.:

$$\begin{aligned}P(\text{endest } A) &= P(A) - P(A \cap B) - P(A \cap C) \\&= P(A) - P(A)P(B) - P(A)P(C) \\&= 0,08 - 0,08 \cdot 0,06 - 0,08 \cdot 0,05 \\&= 0,0712\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(\text{endest } B) &= P(B) - P(A \cap B) = 0,06 - 0,08 \cdot 0,06 \\&= 0,0552\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(\text{endest } C) &= P(C) - P(A \cap C) = 0,05 - 0,08 \cdot 0,05 \\&= 0,046\end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(\text{exakt 1 fel}) = 0,0712 + 0,0552 + 0,046 = 0,1724$$

3.1 Antal kunder till butik beskrivs av Poissonfördelning.
Förväntade antalet under en timme = 20.

a) Sannolikheten att det under en timme kommer in fler än 25 kunder?

Lösning: Låt ξ = antalet kunder under en timme.

Vet att $E(\xi) = 20$. Dvs, ξ är Poissonfördelat med parameter $\lambda = 20$. Söker $P(\xi > 25)$.

Eftersom $\lambda > 15$ är ξ approx $N(15, \sqrt{15})$.

$$\begin{aligned} P(\xi > 25) &= 1 - P(\xi \leq 25) = 1 - P\left(\frac{\xi - 15}{\sqrt{15}} \leq \frac{25 - 15}{\sqrt{15}}\right) \\ &= 1 - P(Z \leq 2.58) \approx 1 - \Phi(2.58) \\ &= 1 - 0.9951 = 0.0049 \end{aligned}$$

b) Efter att en kund kommer in, vad är sannolikheten att det dröjer längre tid än 4 min till nästa?

Lösning: Eftersom vi har Poissonfördelning med parameter $\lambda = 20$ är tiden mellan två kunder exponentialfördelat med parameter $\lambda = 20$.

Låt ξ = tiden till nästa kund.

$$\begin{aligned} P(\xi > 4/60) &= 1 - P(\xi \leq 4/60) = 1 - \int_0^{4/60} 20 e^{-20x} dx = \\ &= 1 - [-e^{-20x}]_0^{4/60} = 1 - (-e^{-8/6} + 1) = \boxed{e^{-8/6}} \end{aligned}$$

5. Maskin tillverkar detaljer av ett väst slag

Vare dag testas 30 enheter. Man beräkner
medelvärdet för varje dag. ~~Vare dag~~

Vi antar att mätningarna är oberoende och har väntevärde $\mu = 30$ och standardavvikelse $\sigma = 0.01$.

Om vi tittar på 5 dagar, vad är sannolikheten att
minst 2 av dagarna ger vedelvärdet utanför
intervallet: $[29,997, 30,003]$?

Lösning: Beträkta dag 1. Låt x_i = mätvärde nummer i .

Model number $\bar{z} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} z_i$

Vet att $\bar{X}$ är approx $N(30, \frac{0.01}{\sqrt{30}})$ enligt

Centrale gränsvärde satser.

$$P(\bar{X} \text{ utanför } [29,997, 30,003]) = 1 - P(29,997 \leq \bar{X} \leq 30,003)$$

$$= 1 - P\left(\frac{29,997 - 30}{0.01/\sqrt{30}} \leq \frac{\bar{x} - 30}{0.01/\sqrt{30}} \leq \frac{30,003 - 30}{0.01/\sqrt{30}}\right)$$

$$= 1 - P(-1,64 \leq Z \leq 1,64) \approx 1 - (\Phi(+1,64) - \Phi(-1,64))$$

$$= 1 - (\Phi(1.64) - (1 - \Phi(1.64))) = 2 - 2\Phi(1.64) = 2 - 2 \cdot 0.9495 = 0.101.$$

$$= 0101.$$

Lik n = antal dagar då medelvärdet utanför $[29,997, 30,003]$.

Då blir $\eta \sim \text{Bin}(5, 0.101)$.

$$P(\eta \geq 2) = 1 - P(\eta < 2) = 1 - P(\eta \leq 1) = 1 - P(\eta = 0) - P(\eta = 1)$$

$$= 1 - \binom{5}{0} 0,101^0 \cdot 0,899^5 - \binom{5}{1} 0,101^1 \cdot 0,899^4 = 0,083$$