

Tillämpad matematisk statistik LMA521
Tentamen 20170314
(Maskin/Mekatronik/EPI/Design-programmen)

Tid: 8.30-12.30

Hjälpmiddel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456

Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!

OBS: text på FYRA sidor!

1. (3+3 poäng) Antal bilar, som kommer in i en rondell antas vara poissonfördelat med väntevärde $\lambda = 2.5$ per minut.
 - (a) Vad är sannolikheten att det under en timme kommer in fler än 160 bilar i rondellen?
 - (b) Vad är sannolikheten att det i genomsnitt kommer in fler än 3 bilar per minut i rondellen?

Lämpliga approximationer kan användas.

2. (2+4 poäng) Följande funktion

$$f(x) = \begin{cases} 12(x^2 - x^3), & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

är given.

- (a) Visa att $f(x)$ är en frekvensfunktion.
 - (b) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för en kontinuerlig stokastisk variabel ξ som har $f(x)$ som frekvensfunktion.
3. (2+4 poäng) Givet är fem oberoende mätningar som gav värdena 23, 26, 24, 26, 21 av en normalfördelad stokastisk variabel. Ge ett (symmetriskt) 95%:s konfidensintervall för μ då
 - (a) $\sigma = 1.8$.
 - (b) σ okänd.

4. (5 poäng)
 Om ett inbrott görs en natt, så ringer larmet med sannolikheten 99%.
 Om inget inbrott sker en natt, ringer larmet med sannolikheten 2%.
 Antag sannolikheten för ett inbrott en given natt är 0.1%.

En natt ringer larmet. Vad är (den betingade) sannolikheten att det är ett inbrott?

5. (1+4 poäng) En urna A innehåller fyra röda och gröna gula kulor.
- En kula väljs slumpmässigt. Vad är sannolikheten att den är röd?
 - En annan urna B innehåller två röda och tre gula kulor. Kulan som dras i (a) läggs i urna B . Man drar därefter, slumpmässigt, två kulor ur urna B . Vad sannolikheten att man då får två röda kulor?

Samtliga dragningar är utan återläggning.

6. (3+2 poäng) Företaget Elpet AB tillverkar omåttligt populära elektriska tandpetare. En av anledningarna till deras popularitet är att de lyckas hålla en genomgående hög kvalitetsnivå på produkterna de säljer.

Under tillverkningsprocessen så utförs styrande kontroll. Detta görs genom att 6 stycken elektriska tandpetare plockas ut från produktionen varje vecka för att inspekteras. Under inspektionen mäter man enheternas *petförmåga* med ett automatiserat test.

Under 5 veckors mätningar uppmättes medelvärden och variationsbredder, se tabell 1.

Tabell 1

\bar{x}	49.34	48.99	51.64	46.53	49.09
R	11.27	9.60	12.07	9.52	8.01

- (a) Rita ett medelvärdesdiagram och ett lämpligt spridningsdiagram, fyll i de uppmätta punkterna och avgör om processen är under statistisk kontroll.

(Egentligen bör man ha mätningar från minst 20 olika tillfällen för att skatta få pålitliga styrgränser men för att minska andelen räknande i den här uppgiften så skall vi göra analysen med endast värden från 5 olika tillfällen.)

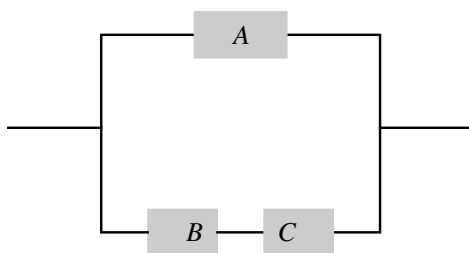
- (b) Elpet AB har satt en övre kravgräns (toleransgräns) på att *petförmågan* inte får överstiga 75 samt en undre kravgräns (toleransgräns) på 40. Vi kan anta att målvärdet är mittemellan dessa gränser. Anta här att $\sigma = 4.3$.

Räkna ut kapabilitetsindex och korrigerat kapabilitetsindex. Vad drar du för slutsats från dessa?

7. (3+3 poäng) Ett elektriskt system fungerar om komponent B och C fungerar eller om komponent A fungerar. Händelsen att A fungerar efter ett år betecknas A och på samma sätt för B och C . Händelserna A och C är oberoende. Följande sannolikheter gäller (för ett år).

$$P(A) = P(B) = P(C) = 0.98, \quad P(B \cap C) = 0.96$$

och sannolikheten för att *minst* en komponent inte fungerar är 0.05.



- (a) Vad är sannolikheten att systemet fungerar (efter ett år)?
- (b) Beräkna den betingade sannolikheten att systemet fungerar, givet att komponent C fungerar (efter ett år).
8. (2+3+1 poäng) Elvarukedjan Stöten köper in elektriska tandpetare i partier om 1000 stycken åt gången. På sistonde har de fått en del klagomål från kunder som säger att de bränt sig på tungan. De beslutar sig därför för att börja kontrollera tandpetarna de köpt in.

Först föreslås det att de skall använda en enkel provtagningsplan som beskrivs enligt följande: Välj ut 20 tandpetare helt slumpmässigt från partiet och peta tänderna med dem. Ifall mer än 3 gav brännskador på tungan, avvisa hela partiet.

- (a) Vad är acceptanssannolikheten om det riktiga antalet defekta tandpetare är 90? Motivera eventuella approximationer.
- (b) Vid senare eftertanke kommer ledningen på att de nog vill genomföra en dubbel provtagningsplan istället. Här väljer de att kontrollera 10 stycken tandpetare först. Om ingen visar sig vara defekt så accepterar man partiet. Om 3 eller fler är defekta avvisas partiet. Om 1 eller 2 tandpetare är defekta går man till urval två. I urval två drar man 10 nya tandpetare och accepterar partiet om totalt antal defekta tandpetare från båda urvalen var mindre än 5, och avvisar partiet annars.
- Vad är acceptanssannolikheten med den dubbla planen om det riktiga antalet defekta tandpetare fortfarande är 90? Motivera eventuella approximationer.
- (c) Vad är det genomsnittliga provuttaget (ASN) för den dubbla provtagningsplanen?

9. (3+2 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A (jordsort), B (typ av belysning) och C (typ av gödningsmedel) påverkade tomatodling. Man fick följande resultat från de åtta försöken (i kilogram tomater):

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	53
2	+	-	-	54
3	-	+	-	75
4	+	+	-	73
5	-	-	+	52
6	+	-	+	55
7	-	+	+	77
8	+	+	+	78

- (a) Beräkna effekten l_A , två-faktorsamspelet l_{AB} , och tre-faktorsamspelet l_{ABC} .
- (b) Antag att man också var intresserad av faktorn D (vätsketillförsel). Man hade bara råd med 8 försök så man gjorde ett reducerat faktorförsök där faktorerna var inställda enligt följande:

Nr.	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	+
3	-	+	-	+
4	+	+	-	-
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

Vilken generator har man använt i det reducerade faktorförsöket för att få teckenkolumnen för D ? Vilket alias får faktorn A ?

Lycka till!