# LMA521: Statistisk kvalitetsstyrning

## Föreläsning: Styrande kontroll

Anders Hildeman

# Tidigare

Styrande kontroll enligt variabelmetoden:

- Medelvärdesdiagram
- R-diagram/ s-diagram

# Dagens innehåll

1. Styrande kontroll enligt attributmetoden
2. Felkvotsdiagram
3. Felantalsdiagram
4. Problem 2.9 (SK)
5. Flera defekter per produkt
6. Problem 2.13 (SK)

# Styrande diagram enligt attributmetoden

Antag att den kvalitetsindikator vi observerar inte är kvantitativ utan bara kan vara defekt eller acceptabel.
Samma idé som tidigare men vår kvalitetsindikator är nu bara om enheten var defekt eller inte.

Antal defekta i ett urval av $n$ stycken är fördelad som en binomialfördelning, $\xi \sim Bin(n, p)$. Kom ihåg att om $np(1-p) > 10$ så kan man approximera binomialfördelningen med en normalfördelning ($\xi \sim \mathbb{N}(np, np(1-p))$).

Man börjar med att antaga att man kan göra normalfördelningsapproximation. Detta gör att man får samma styrgränser som innan förutom att vi nu bara behöver skatta parametern $p$ istället för $\mu$ och $\sigma$.

$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{k} d_i}{n \cdot k}$, där $k$ är antal provuttag, $n$ är antal kontrollerade i varje provuttag och $d_i$ är antalet defekta i provuttag $i$.

## Definition: Felantalsdiagram (np-diagram)

Styrgränser för antal defekta i ett provuttag:

$$
\begin{aligned}
\text{Cl} &= n\hat{p} \\
\text{Sö} &= n\hat{p} + 3\sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})} \\
\text{Su} &= \max\left(n\hat{p} - 3\sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})}, \quad 0\right)
\end{aligned}
$$

## Definition: Felkvotsdiagram (p-diagram)

Styrgränser för andel defekta i ett provuttag:

$$
\begin{aligned}
\text{Cl} &= \hat{p} \\
\text{Sö} &= \hat{p} + 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\
\text{Su} &= \max\left(\hat{p} - 3\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \quad 0\right)
\end{aligned}
$$

Om normalapproximationen inte är giltig ($np(1-p) < 10$) så gäller inte längre att sannolikheten bara är 0.27% att larma om processen inte har ändrats. I dessa fall får man räkna med binomialfördelningen istället för att ta reda på risken att larma i onödan.

# Problem 2.9 (SK)

## Problem: 2.9 a) (SK)

vid jämna mellanrum tar man ut 200 stycken enheter och räknar hur många som är defekta. Under de senaste 20 urvalen fick man följande:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 |

a) Använd dessa värden för att beräkna styrgränser till tillverkningsprocessen

# Problem 2.9 (SK)

## Problem: 2.9 a) (SK)

vid jämna mellanrum tar man ut 200 stycken enheter och räknar hur många som är defekta. Under de senaste 20 urvalen fick man följande:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 3 |

a) Använd dessa värden för att beräkna styrgränser till tillverkningsprocessen

$n = 200, k = 20$

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{k} d_i}{n \cdot k} = \frac{\sum_{i=1}^{20} d_i}{200 \cdot 20} = 1.2\%$$

$$\text{Cl} = n\hat{p} = 200 \cdot 0.012 = 2.4$$
$$\text{Sö} = n\hat{p} + 3\sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})} = 2.4 + 3 \cdot 1.540 \approx 7.02$$
$$\text{Su} = \max\left(n\hat{p} - 3\sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})}, \quad 0\right) = 0$$

($n \cdot \hat{p}(1-\hat{p}) = 2.37 < 10$ så normalapproximation är inte vettigt.)

## Problem: 2.9 b) (SK)

b) Är processen under statistisk kontroll?

$$\text{Cl} = n\hat{p} = 200 \cdot 0.012 = 2.4$$

$$\text{Sö} = n\hat{p} + 3\sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})} = 2.4 + 3 \cdot 1.540 \approx 7.02$$

$$\text{Su} = \max\left(n\hat{p} - 3\sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})}, \quad 0\right) = 0$$

($n \cdot \hat{p}(1-\hat{p}) = 2.37 < 10$ så normalapproximation är inte vettigt.)

**Problem: 2.9 b) (SK)**

b) Är processen under statistisk kontroll?

**Lösning: 2.9 b) (SK)**

Ja, inget provuttag har fler än 7.02 defekter.

# Flera defekter per enhet

Ibland har man produkter som kan ha ett visst antal defekter per enhet. Som exempel skulle kunna nämnas antal bucklor i karossen per bil eller antal tjälskott per km väg.

Här modellerar man antalet fel per provuttag med en Poissonfördelning istället, $\xi_i \sim Po(\lambda)$.
Man kan skatta genomsnittsligt antal fel per provuttag som

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{k} d_i}{k}.$$

där $k$ är antal provuttag.

Styrgränserna kan sedan räknas ut på samma sätt som tidigare. Eftersom väntevärdet och variansen båda är $\lambda$ för en Poissonfördelning så får vi:

$$
\begin{aligned}
\text{Sö} &= \hat{\lambda} + 3\sqrt{\hat{\lambda}} \\
\text{Cl} &= \hat{\lambda} \\
\text{Su} &= \max\left(\hat{\lambda} - 3\sqrt{\hat{\lambda}}, \quad 0\right)
\end{aligned}
$$

Precis som för fallet med binomialfördelning så bygger idén på att man approximerar Poissonfördelningen med en normalfördelning. Om approximationen inte håller så kommer risken att larma inte vara 0.27%. Man kan då behöva analysera sin design nogrannare för att förstå hur bra chans man egentligen har att upptäcka förändringar i processen utan att samtidigt ha för många falsklarm.

## Problem: 2.13 (SK)

På ett väveri kontrollerar man med jämna mellanrum 10 meters tyglängder och räknar antal fel i väven. Vid 20 inspektioner fick man följande serie:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 4 | 9 | 8 | 3 | 5 | 10 | 6 | 6 |
| 9 | 6 | 8 | 6 | 3 | 4 | 12 | 6 | 14 | 2 |

a) Ange styrgränser i det styrdiagram som skall användas.

Antal fel per längdenhet, antag Poissonfördelning, $\xi \sim Po(\lambda)$. Låt $\lambda$ symbolisera förväntat antal fel per 10 meter tyg. Vi kan skatta värdet som: $\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{20} d_i}{20} = 6.4$ fel/ 10 meter.

$$\mathrm{CI} = \hat{\lambda} = 6.4$$

$$\mathrm{Sö} = \hat{\lambda} + 3\sqrt{\hat{\lambda}} = 6.4 + 3 \cdot 2.53 = 13.99$$

$$\mathrm{Su} = \max\left(\hat{\lambda} - 3\sqrt{\cdot\hat{\lambda}}, \quad 0\right) = 0$$

# Problem 2.13 (SK)

## Problem: 2.13 b) (SK)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 4 | 9 | 8 | 3 | 5 | 10 | 6 | 6 |
| 9 | 6 | 8 | 6 | 3 | 4 | 12 | 6 | 14 | 2 |

Är processen under statistisk kontroll?

# Problem 2.13 (SK)

## Problem: 2.13 b) (SK)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 4 | 9 | 8 | 3 | 5 | 10 | 6 | 6 |
| 9 | 6 | 8 | 6 | 3 | 4 | 12 | 6 | 14 | 2 |

Är processen under statistisk kontroll?

## Lösning: 2.13 b) (SK)

Nej, $14 > 13.99$.

# Sammanfattning av dagens innehåll

- Styrande kontroll enligt attributmetoden
  Kontrollen av en produkt kan bara ge defekt eller acceptabel.
- Felantalsdiagram
  Det styrande diagrammet fungerar i stort sett likadant som tidigare pga normalapproximation.
- Flera defekter per produkt
  Om kontrollen av en produkt kan ge flera defekter.