

# LMA521: Statistisk kvalitetsstyrning

## Föreläsning: Kapabilitet

Anders Hildeman

## Acceptanskontroll:

- Enkel provtagningsplan
- Dubbel provtagningsplan
- Kontrollomfattning.

## Styrande kontroll:

- Medelvärdesdiagram
- R-diagram/ s-diagram
- Felantalsdiagram

- 1 Kapabilitet
- 2 Kapabilitetsindex
- 3 Korrigerat kapabilitetsindex
- 4 Problem 3.4 (SK)
- 5 Problem 3.2 (SK)

Tidigare den här veckan har vi gått igenom styrande kontroll. Här var fokus på att upptäcka om produktionsprocessen förändrats. Vi diskuterade aldrig om huruvida våra producerade enheter levde upp till kvalitetskraven eller inte.

Nu kommer vi knyta ihop styrande kontroll med de kvalitetskrav vi faktiskt har på produkten. Detta görs genom att man jämför sin process med kvalitetskraven genom några specifika kapabilitetsmått.

Våra krav kan definieras med följande värden:

- Målvärde,  $M$   
Det värde som vi helst skulle vilja att kvalitetsindikator hade för alla enheter som produceras.
- Övre toleransgräns,  $T_{\bar{o}}$   
Det värde som är det absolut högsta värde vi tillåter för kvalitetsindikatorn om enheten inte skall klassas som defekt.
- Undre toleransgräns,  $T_u$   
På samma sätt som  $T_{\bar{o}}$  fast en undre gräns istället.

Kapabilitetsmått beskriver sedan hur bra de producerade enheterna lever upp till dessa kvalitetskrav.

## Definition: Kapabilitetsindex (duglighetsindex)

$$C_p = \frac{T_{\ddot{o}} - T_u}{6\sigma}$$

Kapabilitetsindex sätter standardavvikelsen av produktionsprocessen i relation till de kravgränser vi har.

Vi vill att  $C_p$  skall vara stor så det är en väldigt liten risk att en enhet som produceras hamnar utanför kravgränserna då processen är under statistisk kontroll. Tumregel:  $C_p > 1.33$  för att vi skall vara nöjda med produktionsprocessen.

## Vad innebär $C_p > 1.33$

Antag att kvalitetsindikatorn,  $\xi$ , är normalfördelad med målvärdet som väntevärde.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(T_u \leq \xi \leq T_ö) &= \Phi\left(\frac{T_ö - M}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{T_u - M}{\sigma}\right) \\ &= 2\Phi\left(\frac{T_ö - M}{\sigma}\right) - 1 = 2\Phi\left(\frac{T_ö - T_u}{2\sigma}\right) - 1 \\ &= 2\Phi(3C_p) - 1 > 2\Phi(3 \cdot 1.33) - 1 \\ &= 2 \cdot 0.999967 - 1 = 99.99339\%\end{aligned}$$

Alltså, väldigt liten risk att hamna utanför gränserna om processen är under statistisk kontroll.

## Definition: Korrigerat kapabilitetsindex

$$C_{pk} = C_p(1 - CM)$$

Här är  $CM = 2 \frac{|M - \mu|}{T_{\bar{o}} - T_u}$ , där  $\mu$  är processens väntevärde och  $M$  är produktens målvärde.

Jämfört med vanligt kapabilitetsindex så inkluderar  $C_{pk}$  att väntevärdet av processen inte behöver vara samma som vårt målvärde.

Som vi ser på formeln för  $C_{pk}$  så blir den mindre hur mer målvärdet och väntevärdet skiljer sig. Vi ser också att  $C_{pk} \leq C_p$ . Även här ger boken gränsen  $C_{pk} > 1.33$  för en acceptabel process.



## Problem 3.4 (SK)

Problem: 3.4 a) (SK)

Vad mäter duglighetsindex och korrigerat duglighetsindex?

### Problem: 3.4 a) (SK)

Vad mäter duglighetsindex och korrigerat duglighetsindex?

$C_p$  mäter processens spridning jämfört med kravgränserna. Ett stort  $C_p$  innebär att spridningen är liten jämfört med de satta kravgränserna.

$C_{pk}$  justerar  $C_p$  för att också ta hänsyn till att processens väntevärde kanske inte är det samma som det målvärde man egentligen helst vill ha. T.ex. skulle medianen ligga precis på gränsen till en av kravgränserna så skulle den minsta spridning innebära att hälften av alla producerade enheter inte uppfyllde kraven.

## Problem 3.4 (SK)

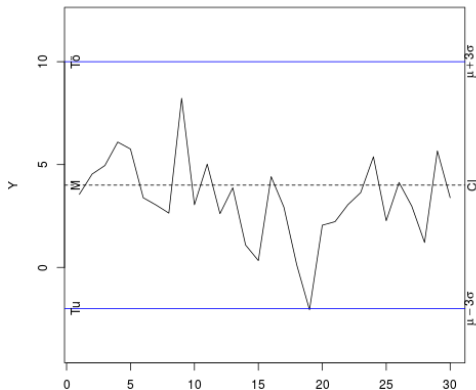
### Problem: 3.4 b) (SK)

Rita ett medelvärdesdiagram där  $C_p = 1$  och  $C_{pk} = 1$ . (Antag att  $n = 1$ )

# Problem 3.4 (SK)

## Problem: 3.4 b) (SK)

Rita ett medelvärdesdiagram där  $C_p = 1$  och  $C_{pk} = 1$ . (Antag att  $n = 1$ )



### Problem: 3.2 a) (SK)

En operatör valde med jämna mellanrum slumpmässigt ut 5 observationer för att konstruera medelvärdes- och spridningsdiagram. Från sina urval beräknade han  $\bar{\bar{x}} = 2.74$  och  $\bar{R} = 1.284$ .

a) När skall kontrollanten slå larm om att processen inte längre är under statistisk kontroll?

$$n = 5, \quad \bar{\bar{x}} = 2.74 \text{ och } \bar{R} = 1.284$$

**Tabell:** Tabell för konstanter relaterade till styrdiagrammen. Finns på sidan 117 i boken.

$n$	$\bar{x}$ -diagram		s-diagram	$R$ -diagram				
	$A_2$	$A_3$		...	$d_2$	$D_1$	$D_2$	$D_3$
2	1.88	2.66	...	1.13	0	3.69	0	3.27
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5	0.577	1.427	...	2.326	0	4.918	0	2.115
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

$$n = 5, \quad \bar{\bar{x}} = 2.74 \text{ och } \bar{\bar{R}} = 1.284$$

## Medelvärdesdiagram

$$Cl = \bar{\bar{x}} = 2.74$$

$$Sö = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 2.74 + 0.577 \cdot 1.284 = 3.481$$

$$Su = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 2.74 - 0.740 = 2.00$$

## R-diagram

$$Cl = \bar{R} = 1.284$$

$$Sö = D_4 \bar{R} = 2.115 \cdot 1.284 = 2.716$$

$$Su = D_3 \bar{R} = 0$$

### Problem: 3.2 b) (SK)

Beräkna duglighetsindex och korrigerat duglighetsindex då nedre toleransgräns är 2 och övre toleransgräns är 4.

De ger oss ingen information om målvärdet så vi får anta att det är mittemellan toleransgränserna.



### Problem: 3.2 b) (SK)

Beräkna duglighetsindex och korrigerat duglighetsindex då nedre toleransgräns är 2 och övre toleransgräns är 4.

De ger oss ingen information om målvärdet så vi får anta att det är mittemellan toleransgränserna.  $T_{\bar{o}} = 4$ ,  $T_u = 2$ ,  $M = 3$ .

### Problem: 3.2 b) (SK)

Beräkna duglighetsindex och korrigerat duglighetsindex då nedre toleransgräns är 2 och övre toleransgräns är 4.

De ger oss ingen information om målvärdet så vi får anta att det är mittemellan toleransgränserna.  $T_{\bar{o}} = 4$ ,  $T_u = 2$ ,  $M = 3$ .

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{1.284}{2.326} = 0.5520$$

$$C_p = \frac{T_{\bar{o}} - T_u}{6\sigma} = \frac{2}{6 \cdot 0.5520} = \frac{2}{3.312} = 0.6039$$

$$CM = 2 \frac{|M - \mu|}{T_{\bar{o}} - T_u} = 2 \frac{3 - 2.74}{2} = 2 \frac{0.26}{2} = 0.26$$

$$C_{pk} = C_p(1 - CM) = 0.6039 \cdot 0.74 = 0.4469$$

## Problem: 3.2 c) (SK)

Vad skall vi dra för slutsatser om processen?

Vi vet styrgränserna för huruvida vår process är under statistisk kontroll. Givet att den skulle vara detta så kan vi titta på kapabilitetsmått.

$C_p < 1.33$  så det är för stor spridning i vår process.  $C_{pk}$  är inte så mycket mindre än  $C_p$  så processen är ganska välcentrerad omkring målvärdet.

# Sammanfattning av dagens innehåll

- Kapabilitetsindex
- Korrigerat kapabilitetsindex