

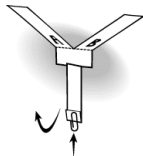
# LKT325/LMA521: Faktorförsök

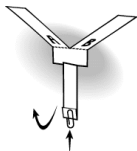
## Föreläsning 4

Anders Hildeman

- Genomgång: Helikopterlabben
- Exempel: Reducerat faktorförsök

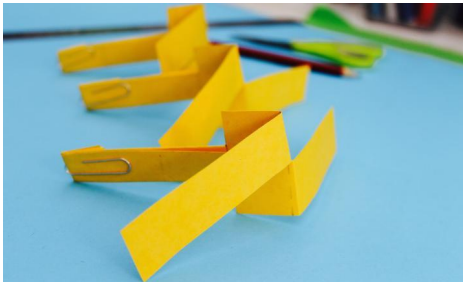
- Ni tar rollen av att vara konsulter åt ett företag som tillverkar pappershelikoptrar.
- Företaget har identifierat 5 olika faktorer som de tror har påverkan på flygdugligheten.
- Företaget vill nu att ni skall undersöka hur dessa 5 faktorer påverkar tiden som helikoptern kan stanna i luften.
- Deras förhoppning är att ni skall kunna ge dem förslag på hur de skall ställa om sin produktion så att helikoptern i genomsnitt stannar längre i luften.





- 5 faktorer är som sagt givna i uppgiften (tejpade , bredd, längd, vinglängd, gemtyngd).
- Ni får byta ut faktorer mot egna faktorer om ni har några egna idéer av vad som skulle kunna påverka flygförmågan.
- En provplan för ett reducerat faktorförsök är given i uppgiften ( $2^{5-1}$ ). Använd er av den.
- Instruktioner på hur ni skapar helikoptrarna är inkluderade i uppgiftens pdf-fil.
- Ni får bara utföra 16 mätningar och därför kan inte variansen skattas med metod I från föreläsningarna. Istället måste ni använda er av ett normalfördelningspapper (finns inkluderat i uppgiftens pdf) för att undersöka vilka effekter som verkar vara signifikanta.

- Den reducerade försöksplanen är som sagt redan bestämd. Studera den och hitta generatorer, definierande relationer och sammanblandningsmönster för huvudeffekterna.
- När ni gör mätningarna, tänk på vad som kan vara källor till systematiska fel. Beskriv dessa samt hur ni gör för att försöka undvika dessa felen.



- Resultatet av er undersökning skall bli en labbrapport.
- Skriv rapporten så att man kan förstå den utan att ha läst uppgiften.
- Beskriv utförandet, analysen och resultaten.
- Rapporten skall inkludera den reducerade försöksplanen med ifyllda uppmätta värden.
- Rapporten skall inkludera det ifyllda normalfördelningspappret.
- **Rapporten skall skickas in via ping-pong i pdf-format.**  
Detta innebär att om ni fyllt i försöksplanen och normalfördelningspappret för hand så får ni skanna in dem till er digitala rapport.  
Oavsett vilket program ni väljer att skriva rapporten i så finns det alltid någon möjlighet att spara den som pdf.

- Gå med i någon av de grupperna som finns på kursens ping-pong-sida. Det går max att vara 4 personer i varje grupp.
- Rapporten skall laddas upp via gruppens ping-pong senast 22:a December 2018.
- Inlämning består i en bifogad pdf-fil.
- Pdf-filerna kommer läsas och jämföras både av ett automatiskt program och av rättaren. Kom därför ihåg att inga grupper får skriva av varandra eller använda sig av gemensamma mätningar då detta räknas som fusk.

Lycka till!

- Vi vill se hur tiden det tar att simma mellan Lindholmen och Slottsberget påverkas av följande faktorer
  - 1 A: Simmar bröstsim (-), Crawler (+).
  - 2 B: Man målar små djupblå fiskfjäll med vattenfast tuchpenna över hela kroppen (+), eller man låter bli (-).
  - 3 C: Simma med bara fötter (-), Ha på sig en simfena på högra foten (+).
- Då vattnet så här års kan vara lite ... friskt, så kommer vi inte kunna göra mer än 4 försök innan vi måste ge upp och gå in och värma oss.
- Konstruera en bra försöksplan för att ta reda på hur man minimerar simtiden.



- Uppenbarligen måste vi välja en reducerad försöksplan ( $2^{3-1}$ ).

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

- Vi har starka skäl att tro att fiskfjällsidén inte kommer ha någon egentlig effekt. Därför är det nog bra om B har ett alias som vi faktiskt tror har en effekt. Både faktor A, C och AC kan förmodlingen ha en reell effekt. Därför vill vi inte att dessa skall sammanblandas med varandra.

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

- Låt oss därför sätta generatorn

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

- Låt oss därför sätta generatorn  $B = C$ .
- Detta ger den definierande relationen:

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

- Låt oss därför sätta generatorn  $B = C$ .
- Detta ger den definierande relationen:  $M = BC$ .
- Sammanblandningsmönstret blir då:

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

- Låt oss därför sätta generatoren  $B = C$ .
- Detta ger den definierande relationen:  $M = BC$ .
- Sammanblandningsmönstret blir då:

$M$	$BC$
$A$	$ABC$
$B$	$C$
$AB$	$AC$

- Detta är ett bra sammanblandningdmönster då alla effekter som inkluderar  $B$  bör vara fullständigt verkningslösa.
- Vi ser att vi har en  $2_{III}^{3-1}$ -plan då ordet  $BC$  har två bokstäver.

Hade vi istället valt den kanske lite vanligare generatoren  $C = AB$  så hade vi fått sammanblandningsmönstret:

M	ABC
A	BC
B	AC
C	AB

Detta hade gett en  $2_{III}^{3-1}$ -plan istället. Eftersom ingen effekt som innehåller  $B$  tros existera så blir det även här ingen sammanblandning. Alltså, i det här speciella fallet så är dessa två planer lika bra trots att de har olika upplösning.

Det skall dock poängteras att om vi valt generatoren  $C = A$  så bebländar sig uppenbarligen effekter för  $C$  och  $A$  vilket leder till en dålig provtagningsplan även om  $B$  är totalt verkningslös.

M	AC
A	C
B	ABC
BC	AB

Man kan alltså inte välja generatoren helt godtyckligt även om en av faktorerna är verkningslös.

Tillbaka till valet av generator  $C = B$ :

Efter mätningar så har man fått följande tabell:

Grupp nr	A	B	AB	C	AC	Resultat
1	-	-	+	-	+	9.61
2	+	-	-	-	-	10.39
3	-	+	-	+	-	12.66
4	+	+	+	+	+	5.78



Tillbaka till valet av generator  $C = B$ :

Efter mätningar så har man fått följande tabell:

Grupp nr	A	B	AB	C	AC	Resultat
1	-	-	+	-	+	9.61
2	+	-	-	-	-	10.39
3	-	+	-	+	-	12.66
4	+	+	+	+	+	5.78

$$M + I_{BC} = \frac{9.61 + 10.39 + 12.66 + 5.78}{4} = 9.61$$

$$I_A + I_{ABC} = \frac{10.39 + 5.78}{2} - \frac{9.61 + 12.66}{2} = -3.05$$

$$I_B + I_C = \frac{12.66 + 5.78}{2} - \frac{9.61 + 10.39}{2} = -0.78$$

$$I_{AB} + I_{AC} = \frac{9.61 + 5.78}{2} - \frac{10.39 + 12.66}{2} = -3.83$$

- Om vi tror att faktor  $B$  inte påverkar någonting så har vi nu skattat att huvudeffekten av att lära sig crawla är  $-3.05$  minuter. Det är alltså generellt bättre att crawla.
- Huvudeffekten för att lägga till en simfena enbart på högra foten är  $-0.78$ . Det ser alltså fördelaktigt ut att använda en simfena.
- Samspelseffekten av att crawla och ha en simfena är  $-3.83$ . Det verkar alltså bäst att både crawla och ha en simfena.

- Barfota bröstsim ger exakt medelvärdet 9.61.
- Crawla och inte ha en simfena ger sämre värde än medelvärdet.
- Allra värst är att simma bröstsim med en simfena.
- Vi vet dock inte helt säkert att de målade fiskfjällen inte har någon effekt!  
Om de gör det så har vi även inkluderat dessa effekter i vår slutsats.
- Om fiskfjällseffekten är tillräckligt stor så kan vi få olika slutsatser beroende på hur vi väljer vår generator då olika effekter blandar sig med varandra.

Fullständigt faktorförsök:

Nr.	A	B	C	D	$\bar{y}$
1	-	-	-	-	42
2	+	-	-	-	54
3	-	+	-	-	43
4	+	+	-	-	52
5	-	-	+	-	41
6	+	-	+	-	56
7	-	+	+	-	44
8	+	+	+	-	55
9	-	-	-	+	41
10	+	-	-	+	53
11	-	+	-	+	44
12	+	+	-	+	51
13	-	-	+	+	43
14	+	-	+	+	57
15	-	+	+	+	48
16	+	+	+	+	59

a)

Beräkna samspelseffekten  $I_{AB}$ .

# Problem: Tenta 2018-01-09 uppgift 5

Fullständigt faktorförsök:

Nr.	A	B	C	D	AB	$\bar{y}_i$
1	-	-	-	-	+	42
2	+	-	-	-	-	54
3	-	+	-	-	-	43
4	+	+	-	-	+	52
5	-	-	+	-	+	41
6	+	-	+	-	-	56
7	-	+	+	-	-	44
8	+	+	+	-	+	55
9	-	-	-	+	+	41
10	+	-	-	+	-	53
11	-	+	-	+	-	44
12	+	+	-	+	+	51
13	-	-	+	+	+	43
14	+	-	+	+	-	57
15	-	+	+	+	-	48
16	+	+	+	+	+	59

$$I_{AB} = \frac{42 - 54 - 43 + 52 + 41 - 56 - 44 + 55 + 41 - 53}{8} \\ + \frac{-44 + 51 + 43 - 57 - 48 + 59}{8} = -\frac{15}{8} = -1.875$$

$$I_{AB} = \frac{42 - 54 - 43 + 52 + 41 - 56 - 44 + 55 + 41 - 53}{8} + \frac{-44 + 51 + 43 - 57 - 48 + 59}{8} = -\frac{15}{8} = -1.875$$

b)

Beräkna ett 99% referensintervall om standardavvikelsen för respektive  $\bar{y}_i$  är  $\sigma = 2$ . Avgör om effekten  $AB$  är signifikant.

$$I_{AB} = \frac{42 - 54 - 43 + 52 + 41 - 56 - 44 + 55 + 41 - 53}{8} + \frac{-44 + 51 + 43 - 57 - 48 + 59}{8} = -\frac{15}{8} = -1.875$$

b)

Beräkna ett 99% referensintervall om standardavvikelsen för respektive  $\bar{y}_i$  är  $\sigma = 2$ . Avgör om effekten  $AB$  är signifikant.

Vi får referensintervallet

$$\pm Z_{0.01/2} \frac{2\sigma}{\sqrt{16}} \approx 2.575$$

Alltså är  $I_{AB}$  inte signifikant då  $1.875 < 2.575$ .



c)

Antag att man också är intresserad av faktorerna  $E$ ,  $F$  och  $G$ . Man gör ett reducerat faktorförsök med 16 grupper där  $A$ ,  $B$ ,  $C$  och  $D$  är som ovan. Generatorerna är  $E = ABCD$ ,  $F = ABC$  och  $G = BCD$ . Beräkna alla ord och bestäm upplösningen. Förklara även varför det är ett dåligt val av generatorer om man inte vill att  $E$  skall beblandas med något tvåfaktorsspel.

c)

Antag att man också är intresserad av faktorerna  $E$ ,  $F$  och  $G$ . Man gör ett reducerat faktorförsök med 16 grupper där  $A$ ,  $B$ ,  $C$  och  $D$  är som ovan. Generatorerna är  $E = ABCD$ ,  $F = ABC$  och  $G = BCD$ . Beräkna alla ord och bestäm upplösningen. Förklara även varför det är ett dåligt val av generatorer om man inte vill att  $E$  skall beblandas med något tvåfaktorsamspel.

$$l_1 = ABCDE,$$

$$l_2 = ABCF, l_3 = BCDG$$

$$l_4 = l_1 \cdot l_2 = DEF,$$

$$l_5 = l_1 \cdot l_3 = AEG, l_6 = l_2 \cdot l_3 = ADFG$$

$$l_7 = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 = BCEFG$$

Upplösning III eftersom  $l_4$  bara har 3 bokstäver.

Ord  $I_4$  och  $I_5$  leder till att  $E$  sammanblandas med  $DF$  och  $AG$  vilket inte var bra!

Vi kan undvika att  $E$  sammanblandas med tvåfaktorsamspel genom att välja generatorerna  $E = ABC$ ,  $F = BCD$  och  $G = ACD$ . Då får vi orden:

$$I_1 = ABCE,$$

$$I_2 = BCDF, I_3 = ACDG$$

$$I_4 = I_1 \cdot I_2 = ADF, \quad I_5 = I_1 \cdot I_3 = BDEG, I_6 = I_2 \cdot I_3 = ABFG$$

$$I_7 = I_1 \cdot I_2 \cdot I_3 = CFG$$

Detta är också en  $2_{III}^{7-3}$ -plan.

d)

Antag att man gör ett fullständigt faktorförsök med 8 faktorer. Hur många 3-faktorsamspel finns det?

d)

Antag att man gör ett fullständigt faktorförsök med 8 faktorer. Hur många 3-faktorsamspel finns det?

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = \frac{336}{6} = 56$$

Det finns 56 olika 3-faktorsamspel.

I c)-uppgiften skulle vi ha kunnat skapa en  $2_{IV}^{7-3}$ -plan.

- Vi vet att

$$l_7 = l_1 \cdot (l_2 \cdot l_3) = l_1 \cdot l_6,$$

$$l_7 = l_2 \cdot (l_2 \cdot l_3) = l_2 \cdot l_5,$$

$$l_7 = l_3 \cdot (l_2 \cdot l_3) = l_3 \cdot l_4.$$

- Alla bokstäver i  $l_7$  måste existera i antingen en eller alla tre av orden  $l_1, l_2, l_3$ .
- Vi vet att  $l_1, l_2$  och  $l_3$  är skapade direkt från de tre generatorerna. Det betyder att de tillsatta faktorernas bokstäver bara får finnas en för varje ord ( $l_1, l_2, l_3$ ). Alltså måste  $l_7$  innehålla alla dessa tre bokstäver då de inte kan "tas ut" från  $l_7$  pga att de finns i två av de tre orden.
- Då vi vill ha en  $IV$ -plan så behöver  $l_7$  innehålla minst en till bokstav utöver de nödvändiga ( $E, F, G$ ). Låt oss välja den till  $D$ . Alltså  $l_7 = DEFG$ .

- Bokstäverna i  $l_7$  måste existera i antingen en eller alla tre av orden  $l_1, l_2, l_3$  samtidigt som dessa ord måste vara minst 4 bokstäver långa.
- Vi ser också att  $l_4 = l_3 \cdot l_7$ ,  $l_5 = l_2 \cdot l_7$  och  $l_6 = l_1 \cdot l_7$ . Orden  $l_4, l_5$  och  $l_6$  måste också vara minst 4 bokstäver långa. Alltså måste orden  $l_1, l_2, l_3$  var och en för sig ha två bokstäver som inte finns i  $l_7$ .
- Orden  $l_4, l_5$  och  $l_6$  måste dessutom ha bokstäver som “tas ut” av motsvarande ord  $l_3, l_2, l_1$ . Så att dessa extra bokstäver inte hamnar i  $l_7$ .
- Vi kan då välja att definiera de första orden som t.ex.

$$l_1 = ABDE \Rightarrow l_6 = ABFG,$$

$$l_2 = ACDF \Rightarrow l_5 = ACEG,$$

$$l_3 = BCDG \Rightarrow l_4 = BCEF.$$

- Generatorerna får vid från de första tre orden tillsammans med kunskapen att  $E$ ,  $F$ , och  $G$  måste vara ditlagda efteråt. Alltså

$$E = ABD$$

$$F = ACD$$

$$G = BCD$$

- Nu har vi en plan med upplösning IV!!
- Orden är:

$$l_1 = ABDE, l_2 = ACDF, l_3 = BCDG,$$

$$l_4 = BCEF, l_5 = ACEG, l_6 = ABFG, l_7 = DEFG.$$