

# Tillämpad matematisk statistik LMA521

## Tentamen 20180313

### (Maskin/Mekatronik/EPI/Design-programmen)

**Tid:** 8.30-12.30

**Hjälpmedel:** Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

**Kursansvarig:** Reimond Emanuelsson

**Telefonvakt:** Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456

**Betygsgränser:** för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

---

**Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt om inget annat anges.**

**OBS: text på FYRA sidor!**

- (3+3 poäng) Vid en kvalitetskontroll av 1500 kanttrådsdäck undersöktes 100 slumpmässigt utvalda däck. Antag att totala antalet felaktiga däck bland de 1500 däcken är 35.
  - Ge ett exakt uttryck för sannolikheten att exakt 3 av de 100 utvalda däcken är felaktiga. Uttrycket får lov att innehålla binomialkoefficienter.
  - Beräkna sannolikheten i (a) approximativt med hjälp av lämplig binomialfördelning.
- (2+2 poäng) Följande funktion  $f(x)$  är en frekvensfunktion för en stokastisk variabel  $\xi$ .

$$f(x) = \begin{cases} C x^3(1-x), & \text{om } 0 \leq x \leq 1. \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- Beräkna konstanten  $C$ .
  - Beräkna väntevärdet  $E(\xi)$ . (Om du ej löst del (a) får svaret anges som funktion av  $C$ .)
- (2+4 poäng) Givet är fem oberoende mätningar av en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde  $\mu$  och standardavvikelse  $\sigma$  som gav värdena 6.5, 6.3, 4.2, 5.5, 6.0. Ge ett (symmetriskt) 95%:s konfidensintervall för  $\mu$  då
    - $\sigma = 0.9$ .
    - $\sigma$  okänd.

4. (2+5 poäng) Vid jämförelse mellan olika typer av tubdäck, jämför man däck av märket Wolber ( $W$ ) med andra däckmärken ( $W^c$ ). Sannolikheten att ett givet däck är korrekt ( $K$ ) är 0.50. Dessutom är sannolikheten 0.90 att om ett däck är korrekt, så är det av märket  $W$ . Slutligen är sannolikheten 0.20 att om ett däck ej är av märket  $W$ , så är det korrekt. Ett företag som vill publicera sannolikheter för kvalitén av olika märken vill veta nedanstående sannolikheter. Din uppgift är att beräkna dessa.
- (a) Beräkna sannolikheten att ett däck är korrekt och av märket  $W$ .
- (b) Beräkna den betingade sannolikheten  $P(K|W)$ .
5. (1+3+3 poäng) En registreringsskylt har ett registreringsnummer som består av sex tecken, först tre bokstäver (bokstäverna I, Q, V, Å, Ä och Ö används ej, så man väljer bland 23 bokstäver) och sedan tre siffror (valda bland 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9).
- (a) Hur många registreringsnummer finns det?
- (b) Hur många registreringsnummer har minst två lika tecken (d.v.s minst två lika bokstäver eller minst två lika siffror)?
- (c) Hur många registreringsnummer har minst två lika bokstäver och minst två lika siffror?
6. (2+1+2+1+2 poäng) Cellulose Aerodynamics Systems (CAS) tillverkar som enda produkt pappershelikoptrar. Efter er analys av faktorerens påverkan på flygtiden så har CAS marknadsföringsgrupp nu blivit inspirerade att med hjälp av faktorförsök utforma den mest effektiva försäljningskampanjen. De har identifierat tre faktorer som de tror kan inverka på deras möjligheter att expandera kundkretsen. Dessa kan ses i tabell 1.

Faktor	Nivå (-)	Nivå (+)
A: Leasingmöjligheter	Inte	Möjligt
B: Färg på helikoptern	Gulbrun färg	Neongrön färg
C: Reklam	Ringa upp privatpersoner	Knacka dörr hos privatpersoner

Tabell 1

Tanken är att olika slumpmässigt valda fokusgrupper skall exponeras för de olika kombinationerna av nivåer hos faktorerna. Fokusgrupperna poängsätter efteråt hur gärna de vill köpa en pappershelikopter enligt ett poängsystem.

Marknadsföringsgruppen vill nu att du skall hjälpa dem att använda en  $2^3$ -plan för att avgöra effekterna av faktorerna.

- (a) Konstruera teckenkolumnerna för de tre huvudeffekterna i en  $2^3$ -försöksplan.
- (b) Konstruera teckenkolumnen för trefaktor-samspelseffekten,  $ABC$ .

- (c) Antag att de också vill analysera en fjärde faktor, D: matt (-) eller glansigt (+) papper. Tyvärr har de inte budget för att göra fler än 8 mätningar så en reducerad försöksplan är nödvändig.  
Konstruera en reducerad försöksplan sådan att skattade effekter av huvudeffekter aldrig sammanblandas med andra huvudeffekter eller tvåfaktor-samspelseffekter.
- (d) Vad är upplösningen på den reducerade försöksplanen?
- (e) Vilka alias till huvudeffekterna får du?

7. (3+2+1 poäng) Pappershelikoptrarna producerade av CAS köps in av en kund i partier om 10 000 helikoptrar om dagen. För inköparen är det viktigt att helikoptrarna håller länge. Därför bestämmer de att alla helikoptrar som klarar 500 "släpp" från 10 meters höjd utan att vingarna blir skadade skall anses som fungerande, annars är helikoptern "defekt".

De bestämmer sig för att testa sina partier med en dubbel provtagningsplan. Den största felkvot som de skulle kunna acceptera någon enstaka gång är 9%. Vid denna felkvot så vill de ha en acceptanssannolikhet på 10%. De bestämmer också att en felkvot på 2% är tillräckligt acceptabel i det långa loppet. Vid denna felkvot vill de ha en acceptanssannolikhet på 95%.

- (a) Konstruera en dubbel provtagningsplan som uppfyller dessa krav.

Om du ej löst (a) så välj en dubbel provtagningsplan som du tycker är rimlig och räkna på den i fråga (b) och (c) istället.

- (b) Eftersom det är tidskrävande att göra mätningar så vill man se hur många enheter man kommer undersöka i genomsnitt om man faktiskt har en felkvot på 2%. Så beräkna väntevärdet av antalet enheter man kontrollerar om felkvoten är 2%, om man använder den dubbla plan du tog fram i (a). (Antag i det här fallet att man inte undersöker några fler enheter om man beslutar att avvisa partiet.)
- (c) Vad är standardavvikelsen över hur många enheter man kontrollerar i ett parti om felkvoten är 2% om planen du tog fram i (a) används?

8. (3+3 poäng) CAS var mycket nöjda med analysen från helikopterlabben. De har använt resultaten för att masstillverka en helikopter som stannar uppe i luften så länge som möjligt.

I fabriken så har de beslutat att utföra styrande kontroll för att upptäcka om något förändras i deras tillverkningsprocess. Varje vecka så plockar de ut en provgrupp om 7 helikoptrar. Dessa släpps från 10 meters höjd och tiden mäts till dess att de når golvet. När de startade upp processen så gjordes många mätningar och från dessa så räknade man ut att väntevärdet för flygtiden är  $\mu = 13$  sekunder och standardavvikelsen är  $\sigma = 3$  sekunder.

Uttränkade stickprovsmedelvärden (provgruppsmedelvärden) och stickprovsstandardavvikelser (provgruppsstandardavvikelser) från mätningar för de första 10 veckorna man gjorde mätningar ses i tabell 2.

$\bar{x}$	13.5	13.0	14.9	12.7	12.2	13.5	13.7	13.5	12.0	14.5
$s$	2.8	4.0	3.0	2.5	2.2	3.5	3.6	2.0	4.1	1.1

Tabell 2: Tabell över stickprovsmedelvärden och stickprovsstandardavvikelser från 7 mätningar under en 10-veckors period.

- (a) Konstruera  $\bar{x}$ - och  $s$ -diagram och avgör om processen är under statistisk kontroll.
- (b) Antag att kvalitetskraven är sådana att målvärdet är 14 sekunder och övre och undre kvalitetsgränserna skiljer sig från målvärdet med 4 sekunder över och under. Räkna ut duglighetsindex och korrigerat duglighetsindex.  
Vad skall vi dra för slutsats från värdena på duglighetsindex och korrigerat duglighetsindex?

**Lycka till!**