

Tillämpad matematisk statistik LMA521

Tentamen 20190115

Tid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456

Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.

OBS: uppgiftstext på FYRA sidor!

1. (2+2+3 poäng) För händelserna A och B gäller att

$$P(A) = 0.5, \quad P(B) = 0.4, \quad P(A \cap B) = 0.3.$$

Beräkna

- (a) $P(A|B^c)$,
- (b) $P(A^c \cap B^c)$,
- (c) $P((A \cup B) \cap (A \cap B)^c)$. (Detta är samma sak som $P((A \cup B) \setminus (A \cap B))$)
2. (1+3 poäng) I de lilla municipalsamhället Stuvesberg är telefonnumren femsiffriga, från 20 000 till 99 999.
- (a) Hur många telefonnummer är möjliga (finns)?
- (b) En prognos på befolkningstillväxten visar att dessa inte kommer att räcka. Man utökar antalet telefonnummer genom följande två ändringar. Man behåller alla telefonnummer som är möjliga i a) men tar bort de som börjar med siffran 7. Därefter inför man alla sexsiffriga telefonnummer som börjar med 7. Hur många möjliga telefonnummer finns det totalt efter dessa två ändringar?
3. (2+2+3 poäng) Tiden för Börje att lägga ett golv i ett rum (på 60m^2), är normalfördelad med väntevärde 1.5 och standardavvikelse 0.40, dvs $N(1.5, 0.40)$ (enhet timmar). Efter att golvet är lagt, tapetseras rummet av Lasse och tar en tid, som är $N(2.5, 0.41)$ (enhet timmar).
- (a) Vad är sannolikheten golvläggningen tar mindre än 2.0 h?
- (b) Vad är sannolikheten att den totala tiden (golvläggning+tapetsering) ligger mellan 3.5 och 4.5 h?
- (c) Antag istället att de börjar jobba samtidigt, och att förutsättningarna i övrigt är som ovan. Vad är sannolikheten att Börje blir klar först?

4. (2+3 poäng) Talen (25.0, 26.0, 24.5, 22.0, 25) är ett observerat stickprov på en normalfördelning med väntevärde μ och standardavvikelse σ .
- Beräkna ett tvåsidigt 95%:s konfidensintervall för väntevärdet μ .
 - Beräkna ett uppåt begränsat 95%:s konfidensintervall för standardavvikelsen σ .

Räknehjälp: Från stickprovet beräknas medelvärde $\bar{x} = 24.5$ och standardavvikelse $s = 1.5$.

5. (2+4 poäng) Antalet cyklister som passerar GB-bron i Stuvesbergs Centrum under en minut är Poissonfördelat med väntevärde 1.5. Antalet cyklister under olika minuter antas oberoende av varandra.
- Vad är sannolikheten att minst två cyklister passerar bron under en given minut?
 - Vad är (approximativt) sannolikheten att minst 60 cyklister passerar bron under en timma?

6. (3 + 2 + 2 poäng)

Familjen Yrsel åkte på gemensam cykelsemester förra sommaren. Semestern varade i 32 dagar och varje dag innebar en cykelsträcka på 3 mil (vi kan tänka oss att varje sträcka var likvärdig i svårighetsgrad).

Vi kan tänka oss att tiden en sträcka cyklades är en responsvariabel (y). Responsvariabeln kan påverkas av tre olika faktorer (ålder, kön och om det regnar eller inte). Då familjen består av jämnåriga föräldrar och deras två barn som är tvillingsyskon (en flicka och en pojke) samt att det regnade 16 av dagarna som familjen cyklade så kan man undersöka responsvariabeln med hjälp av ett 2^3 försök där det existerar 4 replikat för varje provgrupp.

Faktorer	A: Ålder	B: Kön	C: Regn
Låg (-)	12	Man	Torrt
Hög (+)	42	Kvinna	Blött

Nr.	A	B	C	\hat{y}_i	s_i
1	-	-	-	164.9	4.3
2	+	-	-	43.0	3.9
3	-	+	-	159.1	4.8
4	+	+	-	38.5	5.1
5	-	-	+	224.7	7.0
6	+	-	+	179.0	4.9
7	-	+	+	222.2	7.7
8	+	+	+	183.0	10.5

Tabell 1: Faktorer samt försöksplan för tiden det tar att cykla en sträcka om 3 mil.

- Beräkna huvud- och samspels-effekter.

- (b) Beräkna ett 95%-igt referensintervall och avgör vilka skattade effekter som är signifikanta. Till din hjälp får du att den skattade standardavvikelsen för effekterna har räknats ut till $s_{\text{effekt}} = 4.5$. Denna har man räknat ut med hjälp av alla s_i värdena i tabellen.
- (c) Under familjen Yrsels cykelsemester så cyklade far och dotter på racingcyklar och mor och son på mountainbikes. Detta kan ha spelat in i hur snabbt de cyklade. Man kan alltså räkna in en fjärde faktor, D som motsvarar cykeltyp där låg (-) skulle motsvara racingcykel och (+) mountainbike.
- Försöksplanen är alltså egentligen en reducerad försöksplan, 2^{4-1} -plan. Bestäm generator, ord och upplösning för denna reducerade försöksplan.

7. (4 + 2 poäng) Företaget *Måleri AB* tillverkar penslar. I deras fabrik utövar de styrande kontroll genom att kontrollera längden på 10 av de tillverkade penslarna varje dag. Under två arbetsveckor uppmätte de följande stickprovsmedelvärden och stickprovsstandardavvikelser på sina penslar.

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\bar{x}_i	12.28	10.41	10.22	11.67	13.41	10.88	8.65	9.49	6.95	8.83
s_i	4.24	3.79	4.37	3.72	3.62	5.46	5.84	4.20	3.52	5.06

Tabell 2: Tabell över prickade värden under 2 arbetsveckor på *Måleri AB*.

- (a) Skapa \bar{x} - och s -diagram för att avgöra om penseltillverkningen verkar vara under statistisk kontroll under dessa två arbetsveckor.
- (b) För att penslarna skall leva upp till *Måleri AB*s kvalitetskrav så måste penslarna ha en längd mellan 8 och 11 centimeter. Beräkna korrigerat duglighetsindex och avgör om processen producerar penslar som med tillräckligt god marginal lever upp till kvalitetskraven.
8. (1 + 2 + 2 + 3 poäng)

JosAB är ett företag som köper in äpplejuice och säljer i Göteborgsregionen. De vill utföra acceptansk kontroll på de partier de köper in för att minska antalet sålda förpackningar med missfärgningar.

Varje parti de köper in innehåller 2000 förpackningar med juice. *JosAB* anser att om mindre än 50 av dessa är missfärgade så är partiet så bra att de med stor sannolikhet bör accepteras för försäljning. Om mer än 200 av förpackningarna är missfärgade så anses partiet vara så dåligt att det med stor sannolikhet bör avvisas.

- (a) Räkna ut acceptabel kvalitetsnivå (d.v.s p_1) och gränskvalitet (d.v.s p_2).
- (b) *JosAB* vill ha en producentrisk (α) på 5% och en konsumentrisk (β) på 10%. Vilken enkel provtagningsplan bör de använda för att minimera antalet kontrollerade förpackningar men samtidigt ha tillräckligt små konsument- och producent-risker? (Använd bifogat binomialfördelningsnomogram.)

(c) Konstruera en dubbel provtagningsplan som uppfyller samma kriterier.

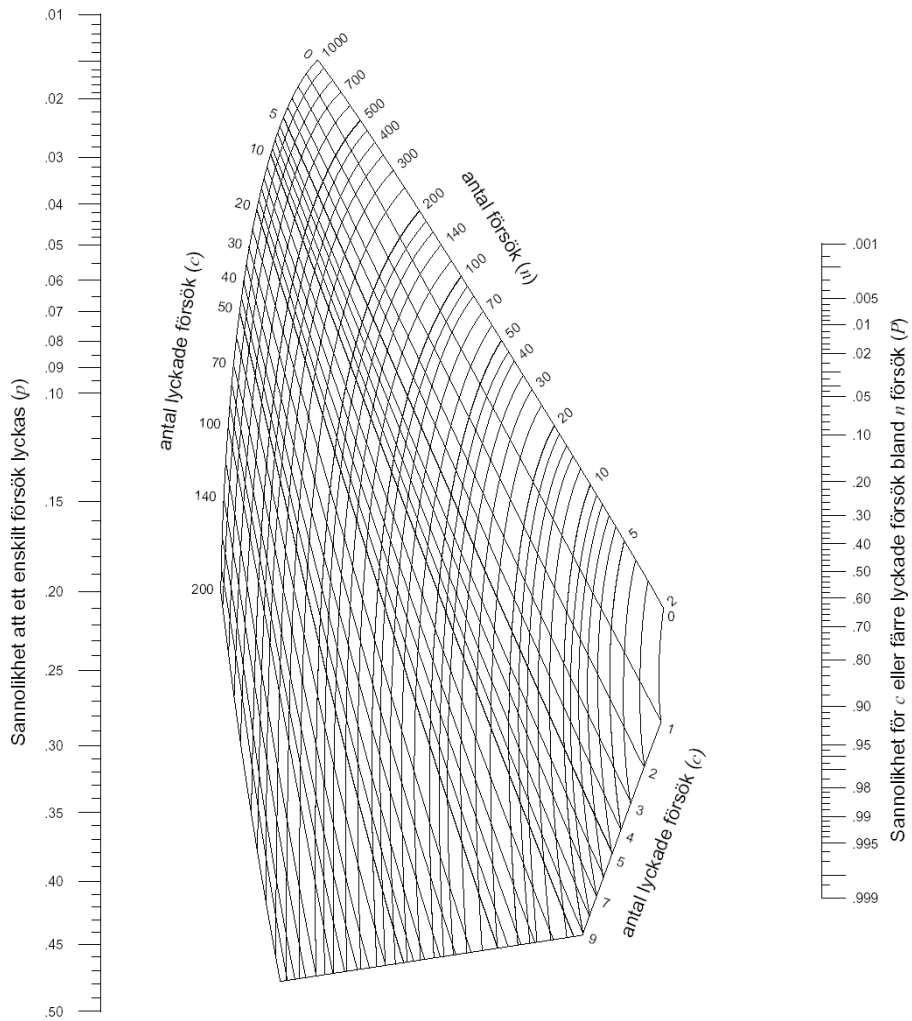
Om du ej löst (c) så välj en dubbel provtagningsplan som du tycker är rimlig och räkna på den i fråga (d) istället.

(d) Räkna ut producentrisken med den givna dubbla provtagningsplanen. Ange approximationer om sådana behöver göras.

Lycka till!

NOMOGRAM ÖVER BINOMIALFORDELNINGEN

$P = P(X \leq c)$ där $X \in Bin(n, p)$; X = antal lyckade försök



Figur 1: Binomialnomogram.