Tillämpad matematisk statistik LMA521
Tentamen 2019-04-26

Tid: 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Kursansvarig: Reimond Emanuelsson
Telefonvakt och tentarond: Reimond Emanuelsson 0708948456. Till salen ca kl 9.30 och 11.30.
Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.
OBS: uppgiftstext på två sidor!

---

1. (2+3 poäng) En elektronisk komponent har en livslängd (i timmar), som är exponentialfördelad med förväntad livslängd 200 h.

   (a) Beräkna sannolikheten att komponentens livslängd överstiger 150 h.

   (b) Man har fem identiska komponenter som i (a). Beräkna sannolikheten att exakt tre av dessa fem har livslängd som överstiger 150 h. Komponenternas livslängder antas oberoende.

2. (1+1+3+3 poäng) Ett nytt bostadsområde har 900 lägenheter. Man räknar med att för ett hushåll (= en lägenhet) gäller att sannolikheten att hushållet har 0, 1 respektive 2 bilar är 0.3, 0.6 respektive 0.1.

   (a) Vad är förväntat antal bilar för ett givet hushåll?

   (b) Beräkna variansen för antal bilar för ett givet hushåll.

   (c) Man räknar med att göra 750 parkeringsplatser. Vad är (approximativt) sannolikheten att det finns p-platser till alla bilar?

   (d) Hur många p-platser behöver man minst göra, för att med sannolikheten 90% ha p-platser som räcker till alla bilar?

3. (2+3+2 poäng) Ett observerat stickprov 25.5, 24.5, 23.5, 23.0, 23.5 av en normalfördelning med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ är givet. Medelvärdet för stickprovet är $\overline{x} = 24.0$ och stickprovets standardavvikelse beräknas till $s = 1.0$.

   (a) Ge ett tvåsidigt 95% konfidensintervall för μ.

   (b) Ge ett 95% uppåt begränsat konfidensintervall för standardavvikelsen σ.

   (c) Ge ett 90% tvåsidigt konfidensintervall för standardavvikelsen σ.

4. (3+3 poäng) Antag att A och B är händelser och att följande gäller:

   $$P(B|A) = \frac{2}{5}, \quad P(B|A^c) = \frac{7}{18} \text{ och } P(A^c \cap B^c) = \frac{11}{28}.$$

   Beräkna sannolikheterna

   (a) $P(A)$

   (b) $P(B)$

5. (5 poäng) En pluton bestående av 30 soldater ska delas in i tio grupper vardera på tre soldater. Beräkna antalet olika indelningar som finns.

6. (1+2+2 poäng) Antag att ξ_1 är normalfördelad med väntevärde 1 och standardavvikelse 1, och antag att ξ_2 är normalfördelad med väntevärde 2 och standardavvikelse 1. Antag också att ξ_1 och ξ_2 är oberoende av varandra. Beräkna

   (a) $P(\xi_1 > -1)$

   (b) $P(\xi_1 \leq 1 \,|\, \xi_1 > -1)$

   (c) $P(\xi_1 + \xi_2 \leq 4)$

7. (2+3 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A, B och C påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	52.8
2	+	-	-	54.5
3	-	+	-	73.5
4	+	+	-	78.7
5	-	-	+	57.2
6	+	-	+	54.1
7	-	+	+	75.5
8	+	+	+	79.6

   (a) Beräkna de tre huvudeffekterna l_A, l_B och l_C.

   (b) Antag att mätningarna i de åtta försöken kommer från olika normalfördelningar, där standardavvikelsen $\sigma = 0.8$ är samma i de åtta fallen. Då ges ett $(1-\alpha)\times 100\%$ referensintervall av $0 \pm 2z_{\alpha/2}\sigma/\sqrt{N}$, där du själv måste komma ihåg vad N och $z_{\alpha/2}$ står för ($z_{\alpha/2}$ har även kallats $\lambda_{\alpha/2}$ i kursen). Beräkna ett 95% referensintervall och avgör vilka huvudeffekter som är signifikanta.

8. (2+3 poäng) Ett företag skall köpa in ett parti på 5000 resistorer och behöver en provtagningsplan för att avgöra ifall partiet skall accepteras eller avvisas. Företaget har bestämt att en acceptabel kvalitetsnivå är $p_1 = 0.03$ och att gränskvaliteten är $p_2 = 0.1$. De vill att ett parti med felkvot p_1 accepteras med sannolikhet 0.95 (dvs, producentrisken α är 0.05) och att ett parti med felkvot p_2 accepteras med sannolikhet 0.1 (dvs, konsumentrisken β är 0.1).

   (a) Använd bifogat binomialfördelningsnomogram för att ta fram en enkel provtagningsplan som uppfyller företagets krav.

   (b) Använd tabell för att ta fram en dubbel provtagningsplan som (så gott det går) uppfyller kraven. Du får här anta att n_2 (storleken på urval 2) bara kan vara lika med n_1 eller $2n_1$ där n_1 är storleken på urval 1.

9. (4 poäng) För att kontrollera en kemisk tillverkningsprocess tar man med jämna mellanrum ut en provgrupp om 5 enheter och mäter pH värde. Från 10 provgrupper har man följande resultat (där $\bar{x}$ är provgruppsmedelvärdet och s är provgrupps-standardavvikelsen):

Provgrupp:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{x}$	7.0	6.8	6.8	7.1	6.9	6.8	7.1	7.0	6.6	7.0
s	0.2	0.3	0.3	0.4	0.2	0.5	0.8	0.2	0.8	0.4

   Konstruera $\bar{x}$- och s-diagram. Är processen i statistisk kontroll?

Lycka till!

NOMOGRAM OVER BINOMIALFORDELNINGEN

$P = P(X \le c)$ där $X \in Bin(n,p)$; $X =$ antal lyckade försök

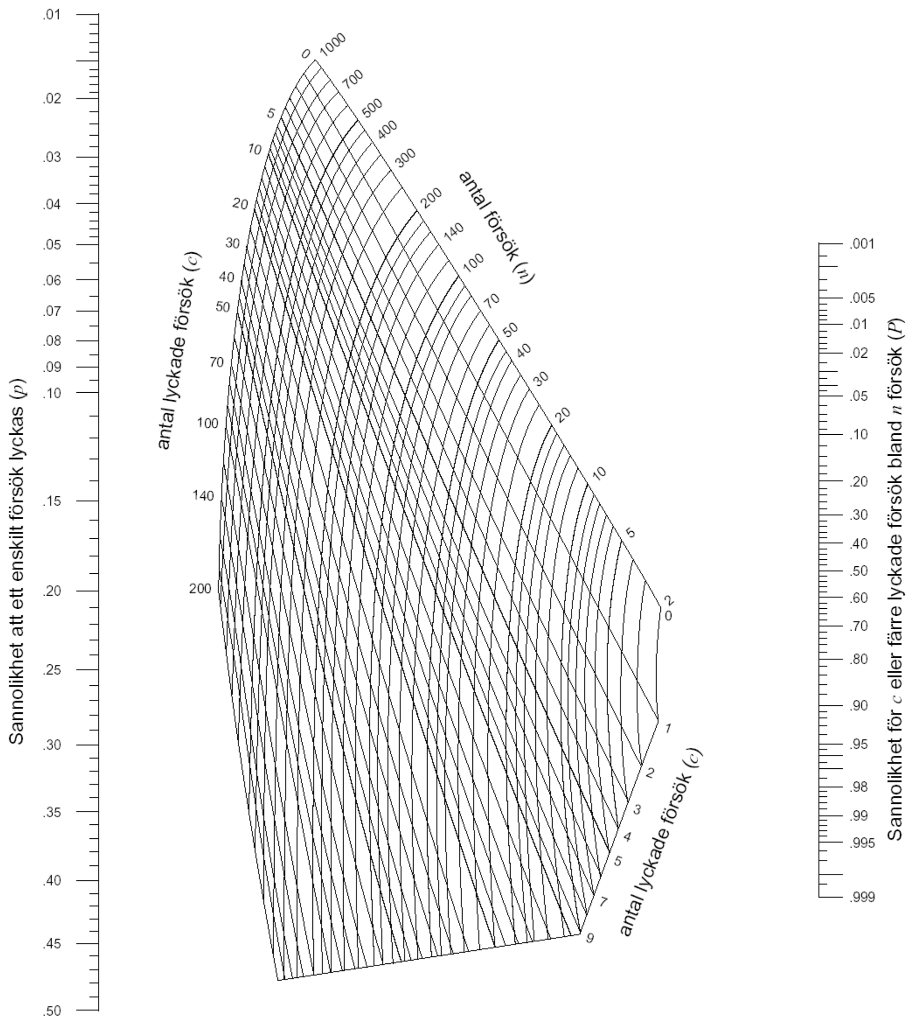

Figure 1: Binomialnomogram.