1 Förel. VIII

1.1 Intervallskattning av σ i $\mathbf{N}(\mu, \sigma)$

Vi gör inte teorin i detalj,utan fokuserar på *hur* det går till.

Definition 1 Givet ξ_1, ξ_2, ..., ξ_n oberoende stok. var. $\xi_k \in \mathrm{N}(\mu, \sigma)$. Ett symmetriskt konfidensintervall av konfidensgrad $1 - \alpha$ ges av

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \right] \tag{1}$$

Ex 1 En normalfördelad stokastisk variabel ger de observerade värdena $x_1, x_2, x_2, ..x_6$

47.72, 49.67, 46.73, 49.15, 50.58, 49.29

(a) Bestäm en väntevärdesriktig punktskattning av variansen och även dito standardavvikelse.

(b) Bestäm ett 95%:s symmetriskt konfidensintervall för σ^2 och σ.

(c) Bestäm ett 95%:s uppåt begränsat konfidensintervall för σ^2 och σ.

Lösning:

(a) En väntevärdesriktig punktskattning av variansen: Vi behöver $\overline{x} = 48.8567$.

$$\frac{1}{5}\left((47.72 - 48.8567)^2 + ... + (49.29 - 48.8567)^2\right] = 1.944 =: s^2$$

och även dito standardavvikelse är $s = \sqrt{1.944} = 1.39$.

(b) Ett 95%:s symmetriskt konfidensintervall för σ^2: Vi behöver, från tabell

$$\chi^2_{0.975} = 0.832 \text{ och } \chi^2_{0.025} = 12.83$$

Intervallet är alltså

$$\left[\frac{(6-1)s^2}{\chi^2_{0.975}}, \frac{(6-1)s^2}{\chi^2_{0.025}}\right] = \left[\frac{5 \cdot 1.944}{12.83}, \frac{5 \cdot 1.944}{0.832}\right] = [0.7576, 11.6827].$$

och σ:

$$[0.870402\,, 3.5826]$$

(c) Ett 95%:s uppåt begränsat konfidensintervall för σ^2: Vi behöver $\chi^2_{0.95} = 1.15$.

$$\left[0, \frac{5 \cdot 1.944}{1.15}\right] = [0, 8.45].$$

och σ: $[0, 2.9]$.

■