Övningstenta LMA201, baserad på tentan för LMA521 2015-03-17

Tid: 14.00-18.00
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Examinator, telefonvakt och tentarond: Johan Tykesson, 0703182096. Till salen ca kl 15.00 och 17.00.
Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!
OBS: text på tre sidor!
Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

1. (3+1+3 poäng) Antag att fru Blomgrens utgifter under en dag (räknat i 100-tal kronor) kan betraktas som en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{343}(7x - x^2) & \text{för } 0 \leq x \leq 7 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

   (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för fru Blomgrens utgifter under en dag.
   (b) Antag att fru Blomgrens utgifter under olika dagar är oberoende av varandra. Beräkna variansen för fru Blomgrens utgifter under en vecka (dvs, 7 dagar).
   (c) Beräkna sannolikheten att antalet dagar under en vecka som hennes utgifter överstiger 400 kronor är lika med eller större än 5.

2. (3+3 poäng) Antag att det vid tillverkning av en resistor kan uppkomma 3 olika typer av fel: fel av typ A, typ B och typ C. Man vet att sannolikheten för fel av typ A är 0.04 och sannolikheten för fel av typ B är 0.1. Men vet också att händelsen att fel av typ A inträffar är oberoende av händelsen att fel av typ B inträffar. Dessutom vet man att händelsen att fel av typ C inträffar är disjunkt med både händelsen att fel av typ B inträffar och händelsen att fel av typ A inträffar. Till sist vet man också att sannolikheten att inget av felen inträffar är 0.84.

   (a) Beräkna sannolikheten att fel av typ C inträffar.
   (b) Beräkna variansen för antalet typ av fel på resistorn.

3. (5 poäng) I en klass med maskiningenjörer finns 90 elever. De börjar en ny kurs och skall köpa kursboken. Sannolikheten att en elev köper ett nytt exemplar av kursboken på Kokboken är 0.4. För varje sålt nytt exemplar av boken tjänar Kokboken 80 kronor. Antag att de 90 eleverna fattar beslut om att köpa boken eller inte köpa boken på Kokboken oberoende av varandra. Beräkna approximativt sannolikheten att Kokboken tjänar mindre än eller lika med 2700 kronor på denna klass med maskiningenjörer på kursen.

4. (4 poäng) Man studerar han-flodhästars vikter. Man väger 5 slumpmässigt utvalda han-flodhästar och man får mätvärdena (i kilogram)

$$1483.2 \qquad 1499.5 \qquad 1400.2 \qquad 1525.8 \qquad 1512.3.$$

Antag att mätningarna är gjorda oberoende av varandra och att de kommer ifrån en normalfördelning med okänd varians σ^2 och okänt väntevärde μ. Beräkna ett 95% 2-sidigt konfidensintervall för σ^2 och beräkna ett 95% 2-sidigt konfidensintervall för σ.

5. (6 poäng) En maskin kan antingen vara trasig eller hel. Maskinen kontrolleras en gång varje dag. Om maskinen är hel vid ett kontrolltillfälle är sannolikheten att den är trasig vid nästa 0.05, och hel vid nästa 0.95. Om maskinen är trasig vid ett kontrollfillfälle så är sannolikheten att den är hel vid nästa kontrolltillfälle lika med 0.98, och sannolikheten att den är trasig nästa kontrolltillfälle lika med 0.02.

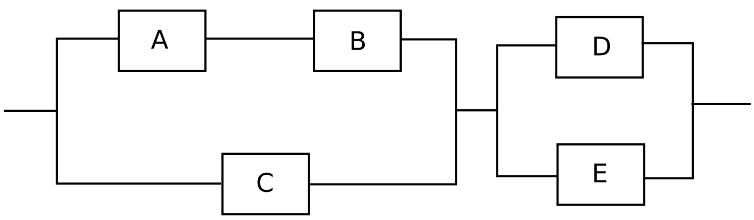
   (a) Hur stor andel av tiden kommer maskinen att vara hel i det långa loppet?

   (b) Antag att maskinen är hel en given dag. Vad är sannolikheten att maskinen är trasig 3 dagar senare?

6. (4+3 poäng) Betrakta systemet i figuren. Det gäller att de fem komponenterna A, B, C, D och E fungerar oberoende av varandra. För att ström skall kunna passera en komponent måste komponenten fungera. Det gäller att sannolikheten att en komponent fungerar är samma för alla komponenterna, och lika med 0.9.

   (a) Beräkna sannolikheten att ström kan passera genom systemet från vänster till höger.

   (b) Beräkna den betingade sannolikheten att komponent C inte funkar givet att ström kan passera genom systemet från vänster till höger.



7. (6 poäng) Ett system består av 2 likadana maskiner. Maskinerna funkar oberoende av varandra, de är igång samtidigt, och de har båda felintensitet 0.02. Det finns en reparatör som jobbar med reparationsintensitet 0.2. Reparatören kan bara jobba på en maskin i taget. Om båda maskinerna är trasiga samtidigt inträffar ett systemfel och systemet kan ej lagas. Antag att man startar systemet med båda maskinerna hela. Beräkna medeltiden till systemfel.

8. (2+3+4 poäng) Man undersökte hur faktorerna A (jordsort), B (vätsketillförsel), C (typ av gödning) påverkade tomatodling. Man gjorde ett fullständigt faktorförsök med de olika faktorerna inställda på två olika nivåer (+ eller -). Man fick följande vikter (i kg tomater) på skördarna vid de 8 olika odlingarna:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	20.5
2	+	-	-	22.8
3	-	+	-	20.3
4	+	+	-	24.5
5	-	-	+	18.2
6	+	-	+	21.8
7	-	+	+	19.2
8	+	+	+	25.1

(a) Beräkna l_A och l_{AB}.

(b) Antag att de 8 mätningarna är gjorda oberoende av varandra och att de kommer från normalfördelningar med samma standardavvikelse $\sigma = 2$. Beräkna ett 95% referensintervall och avgör ifall effekten för faktorn A är signifikant på nivå 5%.

(c) Antag att man också var intresserad av faktorerna D, E och F och G. Budgeten tillåter desvärre endast 8 försök så man får göra ett reducerat faktorförsök. Man väljer teckenkolumner för A, B och C som ovan. Antag att man väljer generatorerna $D = AB$, $E = BC$, $F = AC$ och $G = ABC$. Beräkna alla ord i den definierande relationen för det reducerade faktorförsöket (dvs, beräkna alla möjliga ”I”), och bestäm upplösningen för det reducerade faktorförsöket.

Lycka till!