

Tillämpad matematisk statistik LMA201 (Elektros kurs) Tentamen 20180313

Tid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456

Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt om inget annat anges.

OBS: text på TRE sidor!

- (3+3 poäng) Vid en kvalitetskontroll av 1500 kanttrådsdäck undersöktes 100 slumpmässigt utvalda däck. Antag att totala antalet felaktiga däck bland de 1500 däckerna är 35.
 - Ge ett exakt uttryck för sannolikheten att exakt 3 av de 100 utvalda däckerna är felaktiga. Uttrycket får lov att innehålla binomialkoefficienter.
 - Beräkna sannolikheten i (a) approximativt med hjälp av lämplig binomialfördelning.
- (2+2 poäng) Följande funktion $f(x)$ är en frekvensfunktion för en stokastisk variabel ξ .

$$f(x) = \begin{cases} C x^3(1-x), & \text{om } 0 \leq x \leq 1. \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- Beräkna konstanten C .
 - Beräkna väntevärdet $E(\xi)$. (Om du ej löst del (a) får svaret anges som funktion av C .)
- (2+4 poäng) Givet är fem oberoende mätningar av en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde μ och standardavvikelse σ som gav värdena 6.5, 6.3, 4.2, 5.5, 6.0. Ge ett (symmetriskt) 95%:s konfidensintervall för μ då
 - $\sigma = 0.9$.
 - σ okänd.

4. (2+5 poäng) Vid jämförelse mellan olika typer av tubdäck, jämför man däck av märket Wolber (W) med andra däckmärken (W^c). Sannolikheten att ett givet däck är korrekt (K) är 0.50. Dessutom är sannolikheten 0.90 att om ett däck är korrekt, så är det av märket W . Slutligen är sannolikheten 0.20 att om ett däck ej är av märket W , så är det korrekt. Ett företag som vill publicera sannolikheter för kvalitén av olika märken vill veta nedanstående sannolikheter. Din uppgift är att beräkna dessa.
- Beräkna sannolikheten att ett däck är korrekt och av märket W .
 - Beräkna den betingade sannolikheten $P(K|W)$.
5. (1+3+3 poäng) En registreringsskylt har ett registreringsnummer som består av sex tecken, först tre bokstäver (bokstäverna I, Q, V, Å, Ä och Ö används ej, så man väljer bland 23 bokstäver) och sedan tre siffror (valda bland 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9).
- Hur många registreringsnummer finns det?
 - Hur många registreringsnummer har minst två lika tecken (d.v.s minst två lika bokstäver eller minst två lika siffror)?
 - Hur många registreringsnummer har minst två lika bokstäver och minst två lika siffror?
6. (3+3 poäng) Antag att vi har en Markovkedja $X(n)$ i diskret tid (n heltal ≥ 0) med tillståndsrum $\{1, 2, 3\}$. Följande gäller för övergångar mellan de olika tillstånden. Om man befinner sig i tillstånd 1 går man till tillstånd 2 med sannolikhet 1. Om man är i tillstånd 2 går man till tillstånd 1 med sannolikhet $1/2$ och tillstånd 3 med sannolikhet $1/2$. Om man är i tillstånd 3 går man tillstånd 1 med sannolikhet 1.
- Bestäm den stationära fördelningen för Markovkedjan.
 - Bestäm (ungefär) väntevärdet och standardavvikelsen för $X(n)$ om n är väldigt stort.
7. (3+3 poäng) I ett företag finns två maskiner som kan jobba samtidigt och är oberoende av varandra. Varje maskin har felintensitet $0.01 h^{-1}$ (dvs, om en maskin är hel är tiden det tar tills den går sönder en exponentialfördelad stokastisk variabel med parameter 0.01). Det finns två reparatörer, som båda har reparationsintensitet $0.05 h^{-1}$ (dvs, tiden det tar för en reparatör att reparera en maskin är en exponentialfördelad stokastisk variabel med parameter 0.05.) Så fort en maskin går sönder, så börjar en reparatör att laga den. En reparatör kan bara jobba på en maskin samtidigt, och varje maskin kan bara repareras av en reparatör samtidigt. Låt $X(t)$ beteckna antalet trasiga maskiner vid tiden $t \geq 0$. Detta är en Markovkedja i kontinuerlig tid.
- Beräkna den stationära fördelningen för Markovkedjan.
 - Antag att man vid tiden $t = 0$ har 1 trasig maskin, som alltså genast börjar lagas av en reparatör. Vad är sannolikheten att man under hela tidsintervallet $[0, 1]$ har en trasig maskin? Det vill säga, vad är

sannolikheten att Markovkedjan inte gör något hopp under den första timmen?

8. (2+1+2+1+2 poäng) Cellulose Aerodynamics Systems (CAS) tillverkar som enda produkt pappershelikoptrar. Efter er analys av faktorerens påverkan på flygtiden så har CAS marknadsföringsgrupp nu blivit inspirerade att med hjälp av faktor försök utforma den mest effektiva försäljningskampanjen.

De har identifierat tre faktorer som de tror kan inverka på deras möjligheter att expandera kundkretsen. Dessa kan ses i tabell 1.

Faktor	Nivå (-)	Nivå (+)
A: Leasingmöjligheter	Inte	Möjligt
B: Färg på helikoptern	Gulbrun färg	Neongrön färg
C: Reklam	Ringa upp privatpersoner	Knacka dörr hos privatpersoner

Tabell 1

Tanken är att olika slumpmässigt valda fokusgrupper skall exponeras för de olika kombinationerna av nivåer hos faktorerna. Fokusgrupperna poängsätter efteråt hur gärna de vill köpa en pappershelikopter enligt ett poängsystem.

Marknadsföringsgruppen vill nu att du skall hjälpa dem att använda en 2^3 -plan för att avgöra effekterna av faktorerna.

- Konstruera teckenkolumnerna för de tre huvudeffekterna i en 2^3 -försöksplan.
- Konstruera teckenkolumnen för trefaktor-samspelseffekten, ABC .
- Antag att de också vill analysera en fjärde faktor, D: matt (-) eller glansigt (+) papper. Tyvärr har de inte budget för att göra fler än 8 mätningar så en reducerad försöksplan är nödvändig.

Konstruera en reducerad försöksplan sådan att skattade effekter av huvudeffekter aldrig sammanblandas med andra huvudeffekter eller tvåfaktor-samspelseffekter.

- Vad är upplösningen på den reducerade försöksplanen?
- Vilka alias till huvudeffekterna får du?

Lycka till!