

Tillämpad matematisk statistik LMA521
(Maskin/Mekatronik/EPI/Design-programmen)
Tentamen 20170607

Tid: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456

Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.

OBS: text på FYRA sidor!

- (4 poäng) Vid en byggnation (byggverksamhet) är byggtiden uppdelad i två moment, anläggning av grund och uppsättning av väggar och tak. Tiden ξ för anläggning av grund är $N(4.5, 0.6)$ och tiden ζ för uppsättning av väggar och tak är $N(5.0, 0.8)$, enhet månader. ξ och ζ antas vara oberoende.
 - Beräkna $P(\{\xi \geq 4.7\} \cap \{\zeta \geq 5.3\})$.
 - Beräkna sannolikheten att den totala byggtiden blir mer än 10 månader.
- (4 poäng) Händelserna A och B är oberoende. Bestäm sannolikheten för B om $P(A \cup B) = 0.8$ och $P(A^c) = 0.4$.
- (6 poäng) Betrakta funktionen $f(x) = \begin{cases} A(x - x^2), & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{för övriga } x. \end{cases}$
 - Bestäm konstanten A , så att funktionen blir en frekvensfunktion.
 - Bestäm väntevärdet för en stokastisk variabel ξ som har $f(x)$ som sin frekvensfunktion.
 - Bestäm variansen för ξ .
- (5 poäng) Gipsplattor skall täcka en 100 meter lång vägg. Deras bredder har väntevärde 1.00 m och standardavvikelse 0.01 meter och kan betraktas som oberoende. Vad är sannolikheten att 100 plattors sammanlagda bredd understiger 99.9 meter? Använd Centrala gränsvärdessatsen.

5. (3+3 poäng) Vid en lastbilsfirma finns nio lastbilar, numrerade 1,2...9. De skall samtliga användas för att lasta vägsalt i staden X:s hamn. Villkoret är att två lastbilar skall till stad A, tre skall till stad B, och fyra skall till stad C.
- På hur många sätt kan lastbilarna dirigeras till städerna A, B och C, så att villkoret är uppfyllt?
 - Lastbilarna dirigeras helt slumpmässigt till de tre städerna, men på ett sätt så att villkoret är uppfyllt. Vad är sannolikheten att lastbilarna med nummer 1 och 2 dirigeras till stad C?
6. (6 poäng) I ett visst varulager har man funnit följande sannolikheter för förekomsten av larm och inbrott gällande per natt:
Sannolikheten för larm är 0.01.
Sannolikheten att det är inbrott om det är larm är 0.9.
Sannolikheten att det är inbrott om det inte är larm är 0.005.
Vad är sannolikheten att det är larm, om det är inbrott?
7. (3 poäng) En chipsfabrik tillverkar påsar med dillchips. Vi antar att påsarnas vikter är oberoende av varandra samt att de är normalfördelade med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ . Antag att man mäter vikterna på 3 slumpmässigt utvalda påsar. Man får följande värden (i enheten gram):

251.2 253.4 248.6

Beräkna ett (symmetriskt) 95% konfidensintervall för μ .

8. (4+1 poäng) Redan de gamla grekerna hävdade att dagens ungdom är förtappad. Du bestämmer dig för att undersöka detta påstående. Du definierar god kvalitet som förmågan att lösa en andragradsekvation och utför en undersökning hos gymnasie studenter precis innan de skall ta examen.
- Du utför en dubbel provtagningsplan där du först frågar 10 studenter. Om alla kan lösa ekvationen så är du nöjd med kvaliteten hos dagens ungdom. Om tre eller fler svarar fel anser du att dagens ungdom är förtappad. Om en eller två svarar fel så går du vidare till ett andra urval. I andra urvalet så frågar du 20 studenter till och om totalt tre eller fler av dessa totalt 30 tillfrågade studenter svarade fel så anser du att dagens ungdom är förtappad (eller med det lite mer konstruktiva synsättet att undervisningen måste förbättras), annars är du nöjd med kvaliteten hos dagens ungdom.
- Vad är sannolikheten att du anser att dagens ungdom är förtappad om det egentligen är totalt 15% av alla studenter som inte kan lösa andragradsekvationen?
 - Vad är det genomsnittliga provuttaget (ASN) om det är totalt 15% av alla studenter som inte kan lösa andragradsekvationen?

Du kan anta att antalet studenter totalt sett är mycket stort.

9. (3+2 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A (jordsort), B (typ av belysning) och C (typ av gödningsmedel) påverkade tomatodling. Man fick följande resultat från de åtta försöken (i kilogram tomater):

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	63
2	+	-	-	62
3	-	+	-	75
4	+	+	-	72
5	-	-	+	62
6	+	-	+	68
7	-	+	+	74
8	+	+	+	73

- (a) Beräkna effekten l_B , två-faktorsamspelet l_{BC} , och tre-faktorsamspelet l_{ABC} .
- (b) Antag att man också var intresserad av faktorn D (vätsketillförsel). Man hade bara råd med 8 försök så man gjorde ett reducerat faktorförsök där faktorerna var inställda enligt följande:

Nr.	A	B	C	D
1	-	-	-	+
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	+
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

Vilken generator har man använt i det reducerade faktorförsöket för att få teckenkolumnen för D? Vilket alias får faktorn A?

10. (1+1+1+3 poäng) Varje år springer flertalet chalmerister Göteborgsvarvet. Tiderna varierar från person till person och kan antas vara ett kontinuerligt kvalitetsmått för hur bra chalmerister är på löpning. Antag att en professor med en lång karriär har noterat löptider för ett slumpmässigt urval av 5 studenter varje år sedan 1970. Med din kunskap i kvalitetsstyrning kan du nu utöva styrande kontroll för att avgöra om chalmeristernas resultat är under statistisk kontroll eller om något har inträffat som signifikant förändrat deras resultat.

- (a) Från åren 1970-2010 beräknades att medelvärdet av de 41 gruppmedelvärdena är 2 timmar och 10 minuter (130 minuter), samt medelvärdet av de 41 gruppernas variationsbredder är 40 minuter. Räkna ut styrgränser (kontrollgränser) för ett medelvärdesdiagram (\bar{x} -diagram).
- (b) Räkna ut styrgränser för ett R-diagram.
- (c) Åren 2011-2016 gjordes resultat i tabell 1 på nästa sida. Är något av åren utanför kontrollgränserna och i så fall är det variationsbredden eller medelvärdet som är utanför?

Tabell 1: Professorns uppmätta resultat från Göteborgsvarvet 2011-2016.

År	2011	2012	2013	2014	2015	2016
\bar{x}	131.2	131.9	109.0	123.9	153.5	127.7
R	44.1	62.3	34.5	22.5	32.3	46.8

- (d) Antag att löptiden för en slumpvist utvald chalmerist är normalfördelad med väntevärde 130 minute och standardavvikelse 20 minuter. Vad är sannolikheten att en provgrupps medelvärde ett givet år hamnar utanför styrgränserna i medelvärdesdiagrammet du beräknade i deluppift a? Fortfarande gäller att det är 5 studenter i en provgrupp.

Lycka till!