

Tillämpad matematisk statistik LMA521

Tentamen 2018-01-09

Tid: 8.30-12.30

Hjälpmedel: Kursboken *Matematisk Statistik* av Ulla Dahlbom och Håkan Blomqvists formelsamling. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Examinator: Johan Tykesson

Telefonvakt: Johan Tykesson, 0703182096. Rond ca 09.30 och 11.30.

Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas! Glöm ej att motivera eventuella approximationer.

OBS: text på TRE sidor!

1. (3+3 poäng) Antag att ξ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x^2 & \text{för } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

- (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för ξ .
 - (b) Antag att Annas utgifter under en given dag kan betraktas som en kontinuerlig stokastisk variabel η där $\eta = 700\xi$. Utgifterna under olika dagar kan antas oberoende av varandra. Beräkna (approximativt) sannolikheten att hennes totala utgifter under ett år är mindre än eller lika med 245000 kronor. Antag här att ett år har 365 dagar.
2. (2+2+2 poäng) I en urna ligger 7 gröna bollar och 7 gula bollar blandade. Man drar 5 bollar slumpmässigt, utan återläggning. Låt A vara händelsen att man bara får gröna bollar, och låt B vara händelsen att man får minst en boll av varje färg.
 - (a) Beräkna $P(A)$.
 - (b) Beräkna $P(A \cup B)$.
 - (c) Beräkna $P(A | B^c)$.

3. (4 poäng) Man undersöker genomsnittsvikten för vuxna hanhundar av rasen *strävårig vorsteh*. Man mäter vikterna på fyra slumpmässigt utvalda hundar. Vi antar att vikterna kommer från en normalfördelning med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ , och att vikterna är oberoende. Man får mätvärdena (i kilogram):

33.4 32.1 32.8 40.5

Beräkna ett 95% konfidensintervall för μ med hjälp av dessa mätvärden.

4. (7 poäng) En fiskare skall fiska. Han tar sig till en av följande två fiskesjöar: sjö A eller sjö B . Först måste han ta bussen. Tiden han måste vänta på bussen antas rektangelfördelad på intervallet $(0, 12)$ där enheten är minuter. Om han behöver vänta mer än 9 minuter går han till sjö B , annars går han till sjö A . Om han går till sjö A blir antalet fiskar han fångar Poissonfördelat med väntevärde 5 stycken. Om han går till sjö B blir antalet fiskar han fångar Poissonfördelat med väntevärde 4 stycken. Antag att vi efter fisketuren får reda på att han fångade fler än eller lika med 3 fiskar. Beräkna den betingade sannolikheten att han gick till sjö A givet detta.
5. (2+1+3+1 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de fyra faktorerna A , B , C och D påverkade en viss situation. Man fick följande resultat från de sexton försöken:

Nr.	A	B	C	D	Resultat y
1	-	-	-	-	42
2	+	-	-	-	54
3	-	+	-	-	43
4	+	+	-	-	52
5	-	-	+	-	41
6	+	-	+	-	56
7	-	+	+	-	44
8	+	+	+	-	55
9	-	-	-	+	41
10	+	-	-	+	53
11	-	+	-	+	44
12	+	+	-	+	51
13	-	-	+	+	43
14	+	-	+	+	57
15	-	+	+	+	48
16	+	+	+	+	59

- (a) Beräkna samspelseffekten l_{AB} .
- (b) Genom att anta att mätvärdena ovan kommer från normalfördelningar med samma standardavvikelse $\sigma = 2$ har man beräknat att ett 99% referensintervall ges av $[-2.575, 2.575]$. Är l_{AB} signifikant på nivå 0.01?
- (c) Antag att man också var intresserad av faktorerna E , F och G . Man gör ett reducerat faktorförsök med 16 försök, där inställningarna för A , B , C och D är som ovan. Man har valt följande generatorer: $E = ABCD$, $F = ABC$ och $G = BCD$. Beräkna alla ord (dvs, alla "I") i det reducerade faktorförsöket och bestäm upplösningen. Förklara också varför det reducerade faktorförsöket är dåligt ifall man tycker det är viktigt att E inte blandas ihop med något tvåfaktor samspel.
- (d) Antag att man gör ett fullständigt faktorförsök med 8 faktorer A , B , C , D , E , F , G och H . Hur många olika 3-faktor samspel finns det?

6. (4+5 poäng) Antag att man har n glödlampor. Lampornas livslängder antas oberoende och exponentialfördelade med väntevärde 100 timmar. Antag att vi tänder alla lamporna samtidigt och låter dem vara tända tills de går sönder.
- (a) Antag nu att $n = 100$. Beräkna (approximativt) sannolikheten att fler än 40 lampor lyser efter 105 timmar.
- (b) Antag nu att $n = 5$. Låt ξ vara tiden (räknat i timmar från när lamporna tänds) det tar tills två av de fem lamporna gått sönder. (Med andra ord: ξ är tiden det tar tills det återstår tre lysande lampor). Då är ξ en kontinuerlig stokastisk variabel. Beräkna fördelningsfunktionen för ξ .

7. (3 poäng) För att kontrollera en kemisk tillverkningsprocess tar man med jämna mellanrum ut en provgrupp om 10 enheter och mäter pH värde. Från fem provgrupper har man följande resultat (där \bar{x} är provgruppsmedelvärdet och R är variationsbredden för provgruppen):

Provgrupp:	1	2	3	4	5
\bar{x}	6.4	6.4	6.3	6.2	6.3
R	0.1	0.1	0.1	0.2	0.1

Beräkna övre och undre kontrollgränser (styrgränser) för \bar{x} -diagram (medelvärdesdiagram) och R -diagram. Avgör sedan med hjälp av dessa ifall processen är i statistisk kontroll eller inte. (När man beräknar kontrollgränser för dessa diagram skall man egentligen ha fler provgrupper, men vi antar här att det räcker med fem provgrupper.)

8. (8 poäng) Ett företag skall köpa in ett parti på 50000 USB-minnen. De använder en dubbel provtagningsplan som fungerar på följande vis. I urval 1 testas 50 USB-minnen. Om färre än eller lika med två av dessa är defekta så accepteras partiet. Om fler än eller lika med fem av dessa är defekta avvisas partiet. I övriga fall går man till urval 2. I urval 2 testas 50 nya USB-minnen. Om totala antalet defekta i urval 1 och 2 är större än eller lika med fem avvisas partiet. I övriga fall accepteras partiet. Antag nu att felkvoten i partiet är 0.1.
- (a) Antag att om partiet avvisas så testas man samtliga USB-minnen. Beräkna förväntat antal USB-minnen som testas. Det vill säga, beräkna $ATI(0.1)$
- (b) Låt A vara händelsen att antalet defekta USB-minnen i urval 1 är större än eller lika med 1. Beräkna den betingade sannolikheten att partiet accepteras, givet händelsen A .

Lycka till!