

LMA521: Statistisk kvalitetsstyrning

Föreläsning 4

Anders Hildeman

- Genomsnittsligt provuttag
- Genomsnittslig kontrollomfattning
- Genomsnittslig utgående kvalitet

Övningar

- 1 Problem SK 1.22
- 2 Problem 8 Tenta 160113

Problem: 1.22 (SK)

En grossist köper in partier om 1 000 reservdelar. Antag att vi vill jämföra den genomsnittliga kontrollomfattningen för två provtagningsplaner, en enkel och en dubbel. Vi väljer den enkla planen, $n = 50$ och $c = 1$ och den dubbla $n_1 = 30$, $n_2 = 60$, $c_1 = 0$, $c_2 = 2$ och $r_1 = r_2 = 3$. Utför de beräkningar som behövs för ett parti där felkvoten är 2%.

Problem: 1.22 (SK)

En grossist köper in partier om 1 000 reservdelar. Antag att vi vill jämföra den genomsnittliga kontrollomfattningen för två provtagningsplaner, en enkel och en dubbel. Vi väljer den enkla planen, $n = 50$ och $c = 1$ och den dubbla $n_1 = 30, n_2 = 60, c_1 = 0, c_2 = 2$ och $r_1 = r_2 = 3$. Utför de beräkningar som behövs för ett parti där felkvoten är 2%.

Lösning: 1.22 (SK)

Fall I: enkel plan.

$$\begin{aligned}ATI(2\%) &= nL(p) + N(1 - L(p)) = (50 - 10^3)L(p) + 10^3 = \\ &-950 \left(\binom{50}{0} 0.02^0 \cdot 0.98^{50} + \binom{50}{1} 0.02^1 \cdot 0.98^{49} \right) + 10^3 = \\ &-950 \cdot 0.7358 + 10^3 = 301\end{aligned}$$

Lösning: 1.22 (SK)

Fall II: dubbel plan. $ATI(2\%) = n_1\mathbb{P}(\text{acceptera på första urvalet}) + (n_1 + n_2)\mathbb{P}(\text{acceptera på andra urvalet}) + N\mathbb{P}(\text{avvisa}) = 30\mathbb{P}(\xi_1 \leq 0) + 90(\mathbb{P}(\xi_1 = 1)(\mathbb{P}(\xi_2 = 0) + \mathbb{P}(\xi_2 = 1)) + \mathbb{P}(\xi_1 = 2)\mathbb{P}(\xi_2 = 0)) + 10^3\mathbb{P}(\text{avvisa})$

$$\mathbb{P}(\xi_1 = 0) = \binom{30}{0} 0.02^0 \cdot 0.98^{30} = 54.55\%$$

$$\mathbb{P}(\xi_1 = 1) = \binom{30}{1} 0.02^1 \cdot 0.98^{29} = 33.4\%$$

$$\mathbb{P}(\xi_1 = 2) = \binom{30}{2} 0.02^2 \cdot 0.98^{28} = 9.88\%$$

$$\mathbb{P}(\xi_2 = 0) = \binom{60}{0} 0.02^0 \cdot 0.98^{60} = 29.76\%$$

$$\mathbb{P}(\xi_2 = 1) = \binom{60}{1} 0.02^1 \cdot 0.98^{59} = 36.44\%$$

Lösning: 1.22 (SK)

$$\mathbb{P}(\text{acceptera på första urvalet}) = 54.55\%$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\text{acceptera på andra urvalet}) &= 0.334 \cdot (0.2976 + 0.3644) \\ &+ 0.0988 \cdot 0.2976 = 25.05\%\end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(\text{avvisa}) = 1 - 54.55\% - 25.05\% = 20.4\%$$

$$\Rightarrow ATI(0.02) = 30 \cdot 0.5455 + 90 \cdot 0.2505 + 10^3 \cdot 0.204 = 243$$

Problem: 8 tenta 160113

Antag att en företagare köper in ett parti med 5 000 glödlampor. För att avgöra om partiet skall accepteras eller avvisas används en dubbel provtagningsplan.

$$n_1 = 30, c_1 = 2, r_1 = r_2 = 5, n_2 = 30, c_2 = 4.$$

Antag att felkvoten i partiet är 10% och om partiet avvisas så kontrollerar man alla glödlampor.

Beräkna väntevärde och varians för antalet kontrollerade glödlampor.

Vi lägger även till: Använd tabellen på s.119 i boken för att hitta AQL och LTPD för en producentrisk på 5% och en konsumentrisk på 10%. Vad är $ASN(p_1)$ (approximativt)?

Eftersom $n_1 + n_2 = 60 < 0.1 \cdot 5000$ kan vi använda binomialapproximation.

Tabell: Tabell för dubbel provtagningsplan när $n_2 = n_1$ och $\alpha = 5\%$, $\beta = 10\%$.

Prov- tagningsplan	$\frac{p_2}{p_1}$	Acceptanstal		$n_1 p$ då $L(p) =$			$ASN(p_1)/n_1$
		c_1	c_2	0.95	0.50	0.10	
nr 1	11.90	0	1	0.21	1.00	2.50	1.170
2	7.54	1	2	0.52	1.82	3.92	1.081
3	6.79	0	2	0.43	1.42	2.96	1.340
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
5	4.65	2	4	1.16	2.90	5.39	1.105
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

Tabell: Tabell för dubbel provtagningsplan när $n_2 = n_1$ och $\alpha = 5\%$, $\beta = 10\%$.

Prov- tagningsplan	$\frac{p_2}{p_1}$	Acceptanstal		$n_1 p$ då $L(p) =$			$ASN(p_1)/n_1$
		c_1	c_2	0.95	0.50	0.10	
nr 1	11.90	0	1	0.21	1.00	2.50	1.170
2	7.54	1	2	0.52	1.82	3.92	1.081
3	6.79	0	2	0.43	1.42	2.96	1.340
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
5	4.65	2	4	1.16	2.90	5.39	1.105
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

$$n_1 p_1 = 1.16 \Rightarrow AQL = p_1 = \frac{1.16}{n_1} = \frac{1.16}{30} = 3.87\%.$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 4.65 \Rightarrow LTPD = p_2 = 0.0387 \cdot 4.65 = 18.00\%.$$

$ASN(p_1) = 1.105 \cdot 30 = 33.15$ (Motsvarande värde för en enkel provtagningsplan med samma konsument- producentrisk: 43)

Väntevärde för antal kontrollerade glödlampor =
 $ATI(p) = \mathbb{E}[\text{kontrollstorlek}] = n_1\mathbb{P}(\xi_1 \leq c_1) + (n_1 + n_2)\mathbb{P}(\xi_1 + \xi_2 \leq c_2 \cap \xi_1 > c_1) + N\mathbb{P}(\xi_1 + \xi_2 \geq r).$

$$\mathbb{P}(\xi_1 \leq c_1) = \mathbb{P}(\xi_1 = 0) + \mathbb{P}(\xi_1 = 1) + \mathbb{P}(\xi_1 = 2) = \binom{30}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^{30}$$

$$+ \binom{30}{1} 0.1^1 \cdot 0.9^{29} + \binom{30}{2} 0.1^2 \cdot 0.9^{28} = 41.14\%$$

$$\mathbb{P}(\xi_1 + \xi_2 \leq c_2 \cap \xi_1 > c_1) = \mathbb{P}(\xi_2 = 0 | \xi_1 = 3) \mathbb{P}(\xi_1 = 3) \\ + \mathbb{P}(\xi_2 = 1 | \xi_1 = 3) \mathbb{P}(\xi_1 = 3) + \mathbb{P}(\xi_2 = 0 | \xi_1 = 4) \mathbb{P}(\xi_1 = 4)$$

$$= \binom{30}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^{30} \binom{30}{3} 0.1^1 \cdot 0.9^{27} \\ + \binom{30}{1} 0.1^1 \cdot 0.9^{29} \binom{30}{3} 0.1^3 \cdot 0.9^{27} \\ + \binom{30}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^{30} \binom{30}{4} 0.1^4 \cdot 0.9^{26} = 5.087\%$$

$$\mathbb{P}(\xi_1 + \xi_2 \geq r) = 1 - 41.14\% - 5.087\% = 53.77\%$$

$$\begin{aligned}ATI(p) &= n_1\mathbb{P}(\xi_1 \leq c_1) + (n_1 + n_2)\mathbb{P}(\xi_1 + \xi_2 \leq c_2 \cap \xi_1 > c_1) \\ &+ N\mathbb{P}(\xi_1 + \xi_2 \geq r) = 30 \cdot 0.4114 + 60 \cdot 0.0509 \\ &+ 5000 \cdot 0.5377 = 2703.9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\textit{kontrollstorlek}) &= \mathbb{E}[\textit{kontrollstorlek}^2] - \mathbb{E}[\textit{kontrollstorlek}]^2 \\ &= 30^2 \cdot 0.4114 + 60^2 \cdot 0.0509 + 5000^2 \cdot 0.5377 - 2703.9^2 \\ &= 6.132 \cdot 10^6 \end{aligned}$$