

# LMA201/LMA522: Faktorförsök

## Föreläsning 5

Anders Hildeman

- Uppgift 6 på tenta 20190115
- Exempel: Normalfördelningsdiagram
- Uppgift 6 på tenta 20180313

Familjen Yrsel åkte på gemensam cykelsemester förra sommaren. Semestern varade i 32 dagar och varje dag innebar en cykelsträcka på 3 mil (vi kan tänka oss att varje sträcka var likvärdig i svårighetsgrad).

Vi kan tänka oss att tiden en sträcka cyklades är en responsvariabel ( $y$ ). Responsvariabeln kan påverkas av tre olika faktorer (ålder, kön och om det regnar eller inte). Då familjen består av jämnåriga föräldrar och deras två barn som är tvillingsyskon (en flicka och en pojke) samt att det regnade 16 av dagarna som familjen cyklade så kan man undersöka responsvariabeln med hjälp av ett  $2^3$  försök där det existerar 4 replikat för varje provgrupp.

Faktorer	A: Ålder	B: Kön	C: Regn
Låg (-)	12	Man	Torrt
Hög (+)	42	Kvinna	Blött

Nr.	A	B	C	$\bar{y}_i$	$s_i$
1	-	-	-	164.9	4.3
2	+	-	-	43.0	3.9
3	-	+	-	159.1	4.8
4	+	+	-	38.5	5.1
5	-	-	+	224.7	7.0
6	+	-	+	179.0	4.9
7	-	+	+	222.2	7.7
8	+	+	+	183.0	10.5

**Tabell:** Faktorer samt försöksplan för tiden det tar att cykla en sträcka om 3 mil.

a)

Beräkna  $I_A$  och  $I_{AB}$ .

a)

Beräkna  $I_A$  och  $I_{AB}$ .

$$I_A = \frac{-164.9 + 43 - 159.1 + 38.5 - 224.7 + 179 - 222.2 + 183}{4}$$

$$= -81.85$$

$$I_{AB} = \frac{164.9 - 43 - 159.1 + 38.5 + 224.7 - 179 - 222.2 + 183}{4}$$

$$= 1.98$$

b)

Beräkna ett 95%-igt referensintervall och avgör vilka skattade effekter som är signifikanta.

b)

Beräkna ett 95%-igt referensintervall och avgör vilka skattade effekter som är signifikanta.

Först beräknar vi den gemensamma skattningen av variansen såsom

$$s_p^2 = \frac{3s_1^2 + 3s_2^2 + \dots}{3 * 8} = 40.65.$$



Eftersom effekten har variansen  $\sigma_{\text{effekt}}^2 = 4 \frac{\sigma^2}{Nn} = 4 \frac{\sigma^2}{8 \cdot 4}$  så blir skattningen av effekternas varians

$$s_{\text{effekt}}^2 = \frac{40.65}{8} = 5.01.$$

Alltså får effekten den skattade standardavvikelsen  $s_{\text{effekt}} = 2.24$ .

Det tvåsidiga 95%-iga referensintervallet fås genom att multiplicera standardavvikelsen för effekten med 97.5% kvantilen för t-fördelningen med frihetsgraden  $8(4 - 1) = 24$ . Alltså blir referensintervallet

$$0 \pm t_{0.025}(df = 24) \cdot s_{\text{effekt}} = 0 \pm 2.06 \cdot 2.24 = 0 \pm 4.62.$$

c)

Vilka av de skattade effekterna är signifikanta?

c)

Vilka av de skattade effekterna är signifikanta?

$I_A$  är signifikant eftersom den var skattad till  $-81.85 < -4.62$ .  $I_{AB}$  är inte signifikant eftersom  $-4.62 < 1.98 < 4.62$

Under familjen Yrsels cykelsemester så cyklade far och dotter på racingcyklar och mor och son på mountainbikes.

Detta kan ha spelat in i hur snabbt de cyklade. Man kan alltså räkna in en fjärde faktor,  $D$  som motsvarar cykeltyp där låg (-) skulle motsvara racingcykel och (+) mountainbike.

Försöksplanen är alltså egentligen en reducerad försöksplan,  $2^{4-1}$ -plan.

d)

Bestäm generator, ord och upplösning för denna reducerade försöksplan.

d)

Bestäm generator, ord och upplösning för denna reducerade försöksplan.

Då en person är antingen gammal och kvinna eller ung och man så kommer de cykla på mountainbikes, annars inte. Det betyder alltså att  $D$ 's kolumn motsvarar tvåfaktorsamspelet  $AB$  då  $AB$  har positivt värde då  $A$  och  $B$  är båda låga eller  $A$  och  $B$  är båda höga. Man har alltså generatoren  $D = AB$ . Detta ger den definierande relationen  $I = ABD$ . Ordet är alltså  $ABD$  som har upplösning  $III$ . Vi har alltså en  $2_{III}^{4-1}$ -plan.

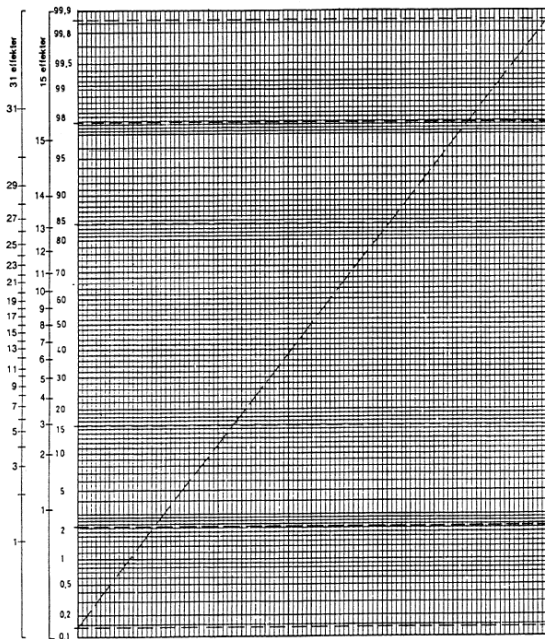
## Exempel: normalfördelningsdiagram

Antag att vi från ett faktorförsök har skattat 21 effekter. De skattade effekterna hade värdena:

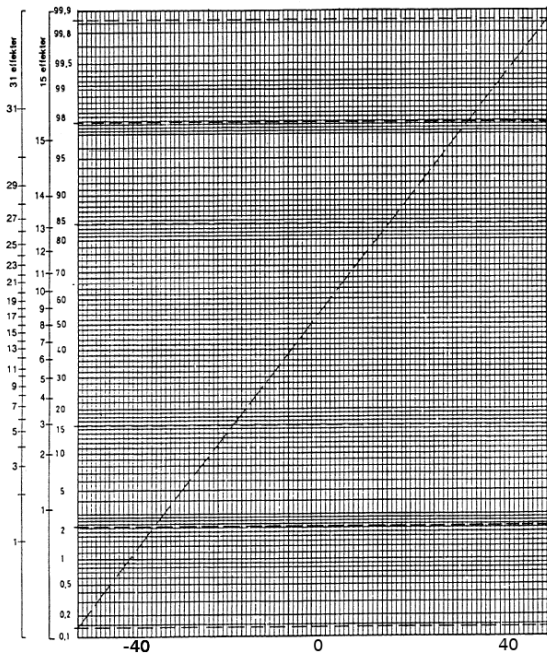
-8.6	-8.9	-9.6	8.3	-42.0	-23.7	36.0
39.0	-22.2	25.27	5.9	10.97	-17.3	-4.2
-10.5	-32.4	16.6	15.6	-2.2	-1.6	-6.3

### Uppgift

Avgör vilka effekter som är signifikanta.



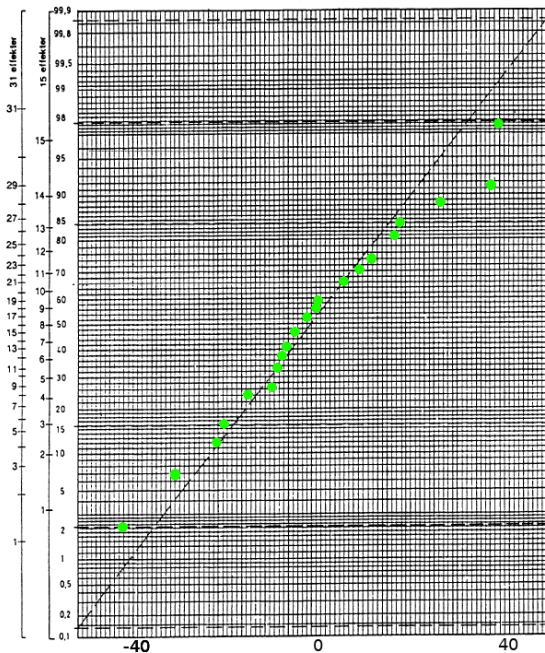


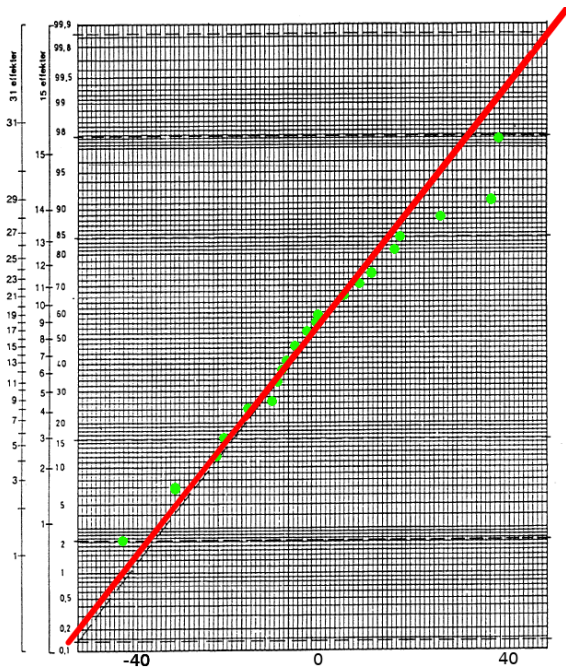


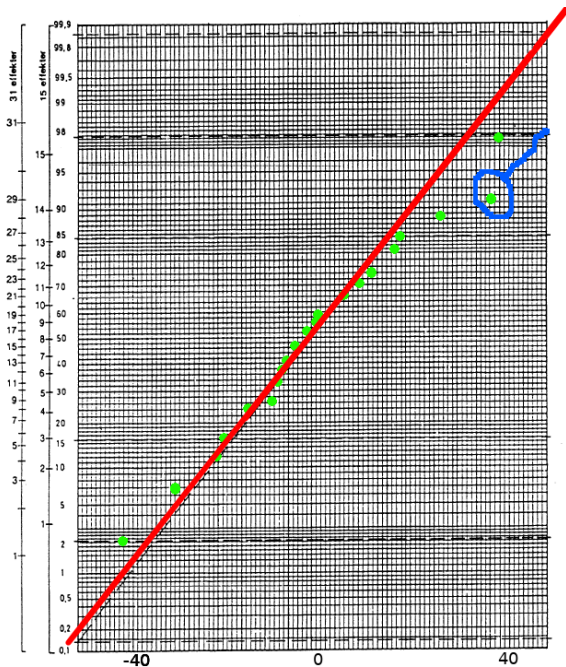
$$p_i = \frac{i - 0.5}{21}$$

2.38%	7.2%	11.9%	16.7%	21.4%	26.2%	31.0%
35.7%	40.5%	45.2%	50.0%	54.8%	59.5%	64.3%
69.0%	73.8%	78.6%	83.3%	88.1%	92.9%	97.6%

Sortera de skattade effekterna från lägsta till högsta,  $\{x_i\}_{i=1}^{21}$  där  $x_1 = -42$  är det lägsta värdet och  $x_{21} = 39$  är det högsta. Rita ut punkterna  $(x_i, p_i)$  i normalfördelningsdiagrammet.







## Uppgift

Avgör vilka effekter som är signifikanta.

Vi ansåg att iallafall värdet 36.0 var signifikant. Eftersom 39 är större än 36, 36 är signifikant och 36 är större än noll så måste vi även anse att 39 är signifikant.

Inget värde mindre än noll såg ut att sticka ut så mycket från linjen att vi ansåg det signifikant.

## Uppgift

Avgör vilka effekter som är signifikanta.

Från normalfördelningsdiagrammet ser vi att de två största effekterna är signifikanta.

-8.6	-8.9	-9.6	8.3	-42.0	-23.7	36.0
39.0	-22.2	25.27	5.9	10.97	-17.3	-4.2
-10.5	-32.4	16.6	15.6	-2.2	-1.6	-6.3

Det motsvarar effekt nummer 7 och 8. Datan i det här exemplet var konstruerad så att effekt 5, 7 och 8 inte skulle följa referensfördelningen. Vi kunde dock inte upptäcka effekt nummer 5.

Det kommer alltid finnas en risk att man inte upptäcker effekter som egentligen är skilda från noll eller att man tycker effekter är signifikanta som egentligen är noll.

Dessa risker existerar eftersom datan påverkas av slumpen.



a)

Konstruera kolumnerna för de tre huvudeffekterna i en  $2^3$ -försöksplan.

a)

Konstruera kolumnerna för de tre huvudeffekterna i en  $2^3$ -försöksplan.

Så de tre kolumnerna måste tillsammans ge alla möjliga kombinationer av faktorerna A, B och C på låg resp. hög nivå på endast 8 rader.

A	B	C
-	-	-
+	-	-
-	+	-
+	+	-
-	-	+
+	-	+
-	+	+
+	+	+

b)

Konstruera kolumnen för trefaktor-samspelseffekten,  $ABC$ .

b)

Konstruera kolumnen för trefaktor-samspelseffekten,  $ABC$ .

Trefaktorsamspelet kan räknas ut genom att för varje rad i kolumnerna för huvudeffekterna multiplicera dem med varandra.

A	B	C	ABC
-	-	-	-
+	-	-	+
-	+	-	+
+	+	-	-
-	-	+	+
+	-	+	-
-	+	+	-
+	+	+	+

c)

Antag att de också vill analysera en fjärde faktor, D. Konstruera en reducerad försöksplan sådan att skattade effekter av huvudeffekter aldrig sammanblandas med andra huvudeffekter eller tvåfaktor-samspelseffekter.

c)

Antag att de också vill analysera en fjärde faktor, D. Konstruera en reducerad försöksplan sådan att skattade effekter av huvudeffekter aldrig sammanblandas med andra huvudeffekter eller tvåfaktor-samspelseffekter.

Om vi väljer generatoren  $D = ABC$  så lyckas vi med detta.

Effekt	Effekt $\cdot I$	Alias
$A$	$A = A \cdot ABCD$	$BCD$
$B$	$B = B \cdot ABCD$	$ACD$
$C$	$C = C \cdot ABCD$	$ABD$
$D$	$D = D \cdot ABCD$	$ABC$

d)

Vad är upplösningen på den reducerade försöksplanen?

d)

Vad är upplösningen på den reducerade försöksplanen?

Upplösningen blir  $IV$  eftersom vi har fyra bokstäver i ordet i vår definierande relation.