Tillämpad matematisk statistik LMA201 (Elektros kurs) Tentamen 20170314

Tid: 8.30-12.30
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Kursansvarig: Reimond Emanuelsson
Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456
Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.
OBS: text på TRE sidor!

1. (3+3 poäng) Antal bilar, som kommer in i en rondell antas vara poissonfördelat med väntevärde $\lambda = 2.5$ per minut.

   (a) Vad är sannolikheten att det under en timme kommer in fler än 160 bilar i rondellen?

   (b) Vad är sannolikheten att det i genomsnitt kommer in fler än 3 bilar per minut i rondellen?

   Lämpliga approximationer kan användas.

2. (2+4 poäng) Följande funktion

$$f(x) = \begin{cases} 12(x^2 - x^3), & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

   är given.

   (a) Visa att $f(x)$ är en frekvensfunktion.

   (b) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för en kontinuerlig stokastisk variabel ξ som har $f(x)$ som frekvensfunktion.

3. (2+4 poäng) Givet är fem oberoende mätningar som gav värdena $23, 26, 24, 26, 21$ av en normalfördelad stokastisk variabel. Ge ett (symmetriskt) 95%:s konfidensintervall för μ då

   (a) $\sigma = 1.8$.

   (b) σ okänd.

4. (5 poäng)
Om ett inbrott görs en natt, så ringer larmet med sannolikheten 99%.
Om inget inbrotts sker en natt, ringer larmet med sannolikheten 2%.
Antag sannolikheten för ett inbrott en given natt är 0.1%.

   En natt ringer larmet. Vad är (den betingade) sannolikheten att det är ett inbrott?

5. (1+4 poäng) En urna A innehåller fyra röda och tre gula kulor.

   (a) En kula väljs slumpmässigt. Vad är sannolikheten att den är röd?

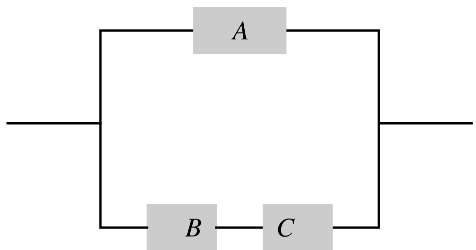
   (b) En annan urna B innehåller två röda och tre gula kulor. Kulan som dras i (a) läggs i urna B. Man drar därefter, slumpmässigt, två kulor ur urna B. Vad sannolikheten att man då får två röda kulor?

   Samtliga dragningar är utan återläggning.

6. (3+3 poäng) Ett elektriskt system fungerar om komponent B och C fungerar eller om komponent A fungerar. Händelsen att A fungerar efter ett år betecknas A och på samma sätt för B och C.
Händelserna A och C är oberoende. Följande sannolikheter gäller (för ett år).

$$P(A) = P(B) = P(C) = 0.98, \quad P(B \cap C) = 0.96$$

   och sannolikheten för att *minst* en komponent inte fungerar är 0.05.



   (a) Vad är sannolikheten att systemet fungerar (efter ett år)?

   (b) Beräkna den betingade sannolikheten att systemet fungerar, givet att komponent C fungerar (efter ett år).

7. (2+4 poäng) Tre barn kastar boll. Anna kastar till Anders med sannolikhet 0.7 och till Josefina med sannolikhet 0.3. Anders kastar till Anna med sannolikhet 0.7 och till Josefina med sannolikhet 0.3. Josefina kastar till Anna med sannolikhet 0.8 och till Anders med sannolikhet 0.2. Antag att leken börjar med att Anna har bollen. Låt $X(n)$ beteckna det barn som har bollen vid tidpunkt n. Då är $X(n)$ en Markovkedja i diskret tid.

   (a) Beräkna sannolikheten att Josefina har bollen exakt en gång under de tre första kasten.

   (b) Beräkna sannolikheten att det är Anders som har bollen vid en given tidpunkt långt in i framtiden. (Beräkna först stationära fördelningen för Markovkedjan.)

8. (3+2 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A (jordsort), B (typ av belysning) och C (typ av gödningsmedel) påverkade tomatodling. Man fick följande resultat från de åtta försöken (i kilogram tomater):

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	53
2	+	-	-	54
3	-	+	-	75
4	+	+	-	73
5	-	-	+	52
6	+	-	+	55
7	-	+	+	77
8	+	+	+	78

   (a) Beräkna effekten l_A, två-faktorsamspelet l_{AB}, och tre-faktorsamspelet l_{ABC}.

   (b) Antag att man också var intresserad av faktorn D (vätsketillförsel). Man hade bara råd med 8 försök så man gjorde ett reducerat faktorförsök där faktorerna var inställda enligt följande:

Nr.	A	B	C	D
1	-	-	-	-
2	+	-	-	+
3	-	+	-	+
4	+	+	-	-
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

   Vilken generator har man använt i det reducerade faktorförsöket för att få teckenkolumnen för D? Vilket alias får faktorn A?

9. (5 poäng) I ett elektriskt system finns två elektroniska komponenter. Komponenterna antas oberoende av varandra och de kan arbeta samtidigt. Felintensiteten för var och en av maskinerna antas vara 0.03 h^{-1} (dvs tiden till att en given komponent går sönder är exponentialfördelad med parameter 0.03). Det finns en reparatör som arbetar med reparationsintensitet 0.3 h^{-1} (dvs tiden det tar för reparatören att laga en komponent är exponentialfördelad med parameter 0.3). Reparatören kan bara jobba på en komponent samtidigt. Låt $X(t)$ beteckna antalet trasiga komponenter vid tiden t för $t \geq 0$. Då är $X(t)$ en markovkedja i kontinuerlig tid.

   (a) Beräkna stationära fördelningen för Markovkedjan.

   (b) Beräkna (ungefär) väntevärdet för $X(t)$ om t är väldigt stort.

Lycka till!