Tillämpad matematisk statistik LMA201 (Elektros kurs) Tentamen 20170607

Tid: 14.00-18.00
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Kursansvarig: Reimond Emanuelsson
Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456
Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.
OBS: text på TRE sidor!

1. (4 poäng) Vid en byggnation (byggverksamhet) är byggtiden uppdelad i två moment, anläggning av grund och uppsättning av väggar och tak. Tiden ξ för anläggning av grund är $N(4.5, 0.6)$ och tiden ζ för uppsättning av väggar och tak är $N(5.0, 0.8)$, enhet månader. ξ och ζ antas vara oberoende.
   (a) Beräkna $P(\{\xi \geq 4.7\} \cap \{\zeta \geq 5.3\})$.
   (b) Beräkna sannolikheten att den totala byggtiden blir mer än 10 månader.

2. (4 poäng) Händelserna A och B är oberoende. Bestäm sannolikheten för B om $P(A \cup B) = 0.8$ och $P(A^c) = 0.4$.

3. (6 poäng) Betrakta funktionen $f(x) = \begin{cases} A(x - x^2), & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{för övriga } x. \end{cases}$
   (a) Bestäm konstanten A, så att funktionen blir en frekvensfunktion.
   (b) Bestäm väntevärdet för en stokastisk variabel ξ som har $f(x)$ som sin frekvensfunktion.
   (c) Bestäm variansen för ξ.

4. (5 poäng) Gipsplattor skall täcka en 100 meter lång vägg. Deras bredder har väntevärde 1.00 m och standardavvikelse 0.01 meter och kan betraktas som oberoende. Vad är sannolikheten att 100 plattors sammanlagda bredd understiger 99.9 meter? Använd Centrala gränsvärdessatsen.

5. (3+3 poäng) Vid en lastbilsfirma finns nio lastbilar, numrerade 1,2...9. De skall samtliga användas för att lasta vägsalt i staden X:s hamn. Villkoret är att två lastbilar skall till stad A, tre skall till stad B, och fyra skall till stad C.

   (a) På hur många sätt kan lastbilarna dirigeras till städerna A, B och C, så att villkoret är uppfyllt?

   (b) Lastbilarna dirigeras helt slumpmässigt till de tre städerna, men på ett sätt så att villkoret är uppfyllt. Vad är sannolikheten lastbilarna med nummer 1 och 2 dirigeras till stad C?

6. (6 poäng) I ett visst varulager har man funnit följande sannolikheter för förekomsten av larm och inbrott gällande per natt:
   Sannolikheten för larm är 0.01.
   Sannolikheten att det är inbrott om det är larm är 0.9.
   Sannolikheten att det är inbrott om det inte är larm är 0.005.
   Vad är sannolikheten att det är larm, om det är inbrott?

7. (3 poäng) En chipsfabrik tillverkar påsar med dillchips. Vi antar att påsarnas vikter är oberoende av varandra samt att de är normalfördelade med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ. Antag att man mäter vikterna på 3 slumpmässigt utvalda påsar. Man får följande värden (i enheten gram):

   $$251.2 \qquad 253.4 \qquad 248.6$$

   Beräkna ett (symmetriskt) 95% konfidensintervall för μ.

8. (4+2 poäng) I ett elektriskt system finns två elektroniska komponenter. Komponenterna antas oberoende av varandra och de kan arbeta samtidigt. Felintensiteten för var och en av komponenterna antas vara 0.04 h^{-1} (dvs tiden till att en given komponent går sönder är exponentialfördelad med parameter 0.04). Antag att det finns två reparatörer som arbetar med reparationsintensitet 0.3 h^{-1} (dvs tiden det tar för en reparatör att laga en komponent är exponentialfördelad med parameter 0.3). En komponent kan bara lagas av en reparatör åt gången. Så om en komponent är trasig jobbar en reparatör, men om två komponenter är trasiga jobbar två reparatörer. Låt $X(t)$ beteckna antalet hela komponenter vid tiden t för $t \geq 0$. Då är $X(t)$ en markovkedja i kontinuerlig tid.

   (a) Beräkna stationära fördelningen för Markovkedjan.

   (b) Beräkna (ungefär) väntevärdet för $X(t)$ om t är väldigt stort.

9. (3+2 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A (jordsort), B (typ av belysning) och C (typ av gödningsmedel) påverkade tomatodling. Man fick följande resultat från de åtta försöken (i kilogram tomater):

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	63
2	+	-	-	62
3	-	+	-	75
4	+	+	-	72
5	-	-	+	62
6	+	-	+	68
7	-	+	+	74
8	+	+	+	73

(a) Beräkna effekten l_B, två-faktorsamspelet l_{BC}, och tre-faktorsamspelet l_{ABC}.

(b) Antag att man också var intresserad av faktorn D (vätsketillförsel). Man hade bara råd med 8 försök så man gjorde ett reducerat faktorförsök där faktorerna var inställda enligt följande:

Nr.	A	B	C	D
1	-	-	-	+
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	+
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

Vilken generator har man använt i det reducerade faktorförsöket för att få teckenkolumnen för D? Vilket alias får faktorn A?

10. (4+1 poäng) En Markovkedja i diskret tid med tre tillstånd E_0, E_1 och E_2 har en övergångsmatris P som ges av:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/4 & 3/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Beräkna eventuella stationära fördelningar för Markovkedjan.

(b) Finns det något absorberande tillstånd? Motivera!

Lycka till!