Tillämpad matematisk statistik LMA201 (Elektros kurs)
Tentamen 2017-08-25

Tid: 8.30-12.30
Hjälpmedel: **Kursboken Matematisk Statistik av Ulla Dahlbom och Håkan Blomqvists formelsamling.** Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Examinator: Johan Tykesson/Reimond Emanuelsson
Telefonvakt: Johan Tykesson, 0703182096. Rond ca 09.30 och 11.30.
Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!
OBS: text på TRE sidor!

1. (3+2+2 poäng) Antag att ξ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 5x^4 & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

   (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för ξ.
   (b) Beräkna $P(0.7 \leq \xi \leq 0.9)$.
   (c) Beräkna den betingade sannolikheten $P(0.7 \leq \xi \leq 0.9 \,|\, \xi \geq 0.7)$.

2. (3+3 poäng) En chipsfabrik tillverkar påsar med pepparchips. Vi antar att påsarnas vikter är oberoende av varandra samt att de är normalfördelade med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ. Antag att man mäter vikterna på 3 slumpmässigt utvalda påsar. Man får följande värden (i enheten gram):

$$252.3 \qquad 251.4 \qquad 248.8$$

   (a) Beräkna ett 99% konfidensintervall för μ.
   (b) Beräkna ett 95% konfidensintervall för σ. Du får själv välja om du vill göra ett en- eller två-sidigt intervall.

3. (6 poäng) En flodhäst på ett zoo äter antingen 0, 1 eller 2 paket flodhästmat på en dag. Sannolikheten att den äter 0 paket är 0.01, sannolikheten att den äter 1 paket är 0.1 och sannolikheten att den äter 2 paket är 0.89. Vi antar att hur mycket flodhästen äter på olika dagar är oberoende av varandra. Beräkna approximativt sannolikheten att den äter mer än 186 paket under 100 dagar.

4. (2+2+2 poäng) Antag att A, B och C är händelser. Det gäller att $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.2$ och $P(C) = 0.3$. Vi antar dessutom att alla händelserna är oberoende av varandra.
   (a) Beräkna $P(A \cup B \cup C)$.
   (b) Beräkna sannolikheten att ingen av händelserna inträffar.
   (c) Beräkna sannolikheten att exakt en av händelserna inträffar.

5. (7 poäng) Antag att det i en låda finns fem glödlampor: tre stycken av typ A, och två stycken av typ B. En lampa av typ A har en livslängd som är exponentialfördelad med väntevärde 200 timmar, och en lampa av typ B har en livslängd som är exponentialfördelad med väntevärde 300 timmar. Alla lamporna antas vara oberoende av varandra. Antag att man tar en lampa slumpmässigt från lådan. Man ser att den fortfarande fungerar efter 210 timmars användning. Beräkna den betingade sannolikheten att lampan är av typ B givet detta.

6. (7 poäng) I en urna finns nio kulor: tre gula, tre gröna och tre blåa. Man drar slumpmässigt tre kulor från urnan, utan återläggning. Låt ξ vara antalet olika färger man får på de tre kulorna. Det vill säga: $\xi = 1$ om de tre kulorna är av samma färg, $\xi = 3$ om man får en gul, en grön och en blå kula, och $\xi = 2$ för övrigt. Beräkna väntevärde och standardavvikelse för ξ.

7. (2+4 poäng) Tre barn kastar boll. Anna kastar till Anders med sannolikhet 0.7 och till Josefina med sannolikhet 0.3. Anders kastar till Anna med sannolikhet 0.7 och till Josefina med sannolikhet 0.3. Josefina kastar till Anna med sannolikhet 0.5 och till Anders med sannolikhet 0.5. Antag att leken börjar med att Anna har bollen. Låt $X(n)$ beteckna det barn som har bollen vid tidpunkt n. Då är $X(n)$ en Markovkedja i diskret tid.
   (a) Beräkna sannolikheten att det är Anna som håller i bollen efter tre kast.
   (b) Beräkna sannolikheten att det är Josefina som har bollen vid en given tidpunkt långt in i framtiden. (Ledtråd: Beräkna först stationära fördelningen för Markovkedjan.)

8. (3+2 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A (jordsort), B (typ av belysning) och C (typ av gödningsmedel) påverkade tomatodling. Man fick följande resultat från de åtta försöken (i kilogram tomater):

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	65
2	+	-	-	63
3	-	+	-	74
4	+	+	-	73
5	-	-	+	64
6	+	-	+	65
7	-	+	+	75
8	+	+	+	75

(a) Beräkna effekten l_A, två-faktorsamspelet l_{AC}, och tre-faktorsamspelet l_{ABC}.

(b) Antag att man också var intresserad av faktorn D (vätsketillförsel). Man hade bara råd med 8 försök så man gjorde ett reducerat faktorförsök där faktorerna var inställda enligt följande:

Nr.	A	B	C	D
1	-	-	-	+
2	+	-	-	-
3	-	+	-	-
4	+	+	-	+
5	-	-	+	+
6	+	-	+	-
7	-	+	+	-
8	+	+	+	+

Vilken generator har man använt i det reducerade faktorförsöket för att få teckenkolumnen för D? Vilket alias får faktorn A?

Lycka till!