

Tillämpad matematisk statistik LMA201 (elektros kurs)

Tentamen 2019-03-18

Tid: 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen

Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt och tentarond: Johan Tykesson, 0703182096. Till salen ca kl 9.30 och 11.30.

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!

OBS: text på TRE sidor!

Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

1. (2+3+4 poäng) Antalet bilar som passerar en trafikkontroll under en minut är Poissonfördelat med väntevärde 4. Antal bilar under olika minuter är oberoende av varandra.
 - (a) Vad är sannolikheten att det under en given minut passerar minst två bilar?
 - (b) Vi får veta att det under en minut passerar minst två bilar. Vad är den betingade sannolikheten att det passerade minst tre bilar under denna minut?
 - (c) Vad är (approximativt) sannolikheten att det passerar fler än 250 bilar under en timme?

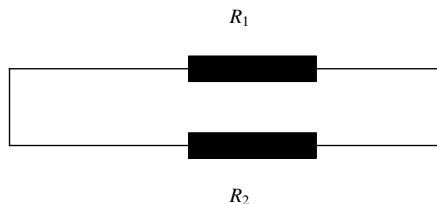
2. (2+3 poäng) Resultatet efter 6 mätningar av en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ gav

25.0, 26.0, 23.5, 23.5, 24.0, 25.0 .

Räknehjälp: Från stickprovet beräknas medelvärde $\bar{x} = 24.5$ och standardavvikelsen $s = 1.0$.

- (a) Bestäm ett tvåsidigt 95%:s konfidensintervall för μ .
 - (b) Bestäm ett uppåt begränsat 95%:s konfidensintervall för σ .
3. (3+2 poäng) Registreringsnummer för fordon ges av tre bokstäver följda av tre siffror. Antag att antalet bokstäver som används är 23 och antalet siffror 10.
 - (a) Hur många registreringsnummer finns det, där en bokstav förekommer exakt två gånger?
 - (b) Vad är sannolikheten att ett fordon med registreringsskylt har ett nummer som i (a)? Antag att alla registreringsnummer används, och att varje registreringsnummer har samma sannolikhet.
4. (4 poäng) Antag att binära tal (som består av nollor och ettor) skickas mellan en sändare och en mottagare. Av de skickade tecknen är andelen nollor 0.45. Andelen mottagna nollor är 0.40. Man vet dessutom att en skickad nolla mottas som en etta med sannolikheten 0.03. Antag nu att vi tar emot en etta. Vad är den betingade sannolikheten att detta tecken sändes som en etta?

5. (2+2+3 poäng) Betrakta det parallellkopplade elsystemet nedan. Resistorerna R_1 och R_2 är oberoende och deras respektive livslängder är exponentialfördelade med väntevärde 2 år. Elsystemet fungerar om minst en av resistorerna fungerar.



- (a) Vad är sannolikheten att båda resistorerna fungerar efter ett år?
- (b) Vad är sannolikheten att systemet fungerar efter ett år?
- (c) Bestäm fördelningen för elsystemets livslängd, d.v.s. ange fördelnings- och frekvensfunktion.
6. (2+4 poäng) En taxibil har körningar mellan destinationerna Göteborg, Borås och Landvetter. Vi beskriver (mycket förenklat) taxibilens resande som en Markovkedja i diskret tid på följande vis: Om taxin är i Göteborg blir nästa körning till Landvetter med sannolikhet 0.9 och till Borås med sannolikhet 0.1. Om taxin är i Landvetter blir nästa körning till Göteborg med sannolikhet 0.8 och till Borås med sannolikhet 0.2. Om taxin är i Borås blir nästa körning till Göteborg med sannolikhet 0.2 och till Landvetter med sannolikhet 0.8.
- (a) Antag att taxin startar i Göteborg. Vad är sannolikheten att taxin tre körningar senare står i Göteborg?
- (b) Antag att taxin startar i Göteborg. Beräkna stationära fördelningen för Markovkedjan och bestäm (ungefär) sannolikheten att taxin efter ett stort antal körningar befinner sig i Landvetter.
7. (3+3 poäng) I en fabrik finns 3 oberoende maskiner. Varje maskin har felintensitet $0.03h^{-1}$ (dvs tiden det tar tills maskinen går sönder är exponentialfördelad med parameter $0.03h^{-1}$). Det finns två reparatörer som arbetar med reparationsintensitet 0.1 (dvs tiden det tar att laga en trasig maskin är exponentialfördelad med parameter $0.1h^{-1}$). De maskiner som är hela arbetar samtidigt. Så fort en maskin går sönder börjar den repareras av en reparatör ifall det finns en ledig. En reparatör kan bara jobba på en maskin samtidigt, och varje maskin kan bara repareras av en reparatör samtidigt. Låt $X(t)$ beteckna antalet trasiga maskiner vid tiden t . Detta är en Markovkedja i kontinuerlig tid.
- (a) Beräkna Markovkedjans stationära fördelning.
- (b) Antag att båda reparatörerna går i strejk, och att trasiga maskiner därför inte kan lagas. Antag också att alla tre maskinerna är hela när strejken börjar. Låt T vara tiden det tar tills alla maskinerna gått sönder. Beräkna väntevärdet av T .

8. (1 + 1 + 3 + 3 poäng)

Några vänner från Chalmers reser tillsammans runt i Europa under sommarlovet. Hur kul de tyckte sin semester var beror på tre faktorer:

Faktorer	Låg (-)	Hög (+)
A: Antal städer besökta	4 städer	10 städer
B: Resans längd	2 dagar	6 dagar
C: Total kostnad för resan	20 000 kr	40 000 kr

Table 1: Faktorer och deras nivåer.

Vännerna vinner på lotto och får möjlighet att testa alla $2^3 = 8$ kombinationer av resor. De poängsätter resorna och detta motsvarar då ett fullständigt 2^3 -faktorförsök (deras poäng är responsvariabeln som beror på nivåerna hos de tre faktorerna).

- I första raden av tabell 2 är de tre huvudeffekterna, A , B och C redan inskrivna. Fyll på med namnet på alla samspelseffekter.
- Skriv ut tecknen för alla huvudeffekter i tabell 2 motsvarande detta faktorförsök. D.v.s. bestäm tecken (+ eller -) hos de kolumner som motsvarar huvudeffekter så att tabellen motsvarar ett fullständigt 2^3 -faktorförsök.

Nr.	A	B	C				
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							

Table 2: Faktorförsök för Europaresan.

- De skattade effekterna från faktorförsöket kan ses i tabell 3. Skriv in dem i ett normalfördelningsdiagram (se bifogat diagram) och avgör vilka effekter som är signifikanta.

Effekt	M	l_A	l_B	l_C	l_{AB}	l_{AC}	l_{BC}	l_{ABC}
y_i	3.16	5.29	-0.20	-2.69	-0.41	-0.97	-0.95	0.75

Table 3: Skattade effekter från faktorförsöket.

- Under resans gång så upptäcker de att det finns ytterligare en faktor som är starkt kopplad till hur höga poäng resorna får. Tydligen så blir resan mindre rolig om det bråkas och tjuras mycket. Egentligen har de alltså fyra faktorer.

Nu upptäckte de faktor D först efter resorna var avklarade. De hade dock sådan "tur" att precis hälften av alla 8 resorna innehöll mycket bråkande och tjurande och resten var fyllda av glädje och kamratskap. Man kan därför identifiera deras resor som ett 2^{4-1} -faktorförsök.

Kolumnen motsvarande huvudeffekten för faktor D visade sig vara identisk med kolumnen för tvåfaktorsamspelet BC . Vad är generatoren, vad är ordet och vad är upplösningen på den reducerade faktorförsöksplanen?

Lycka till!

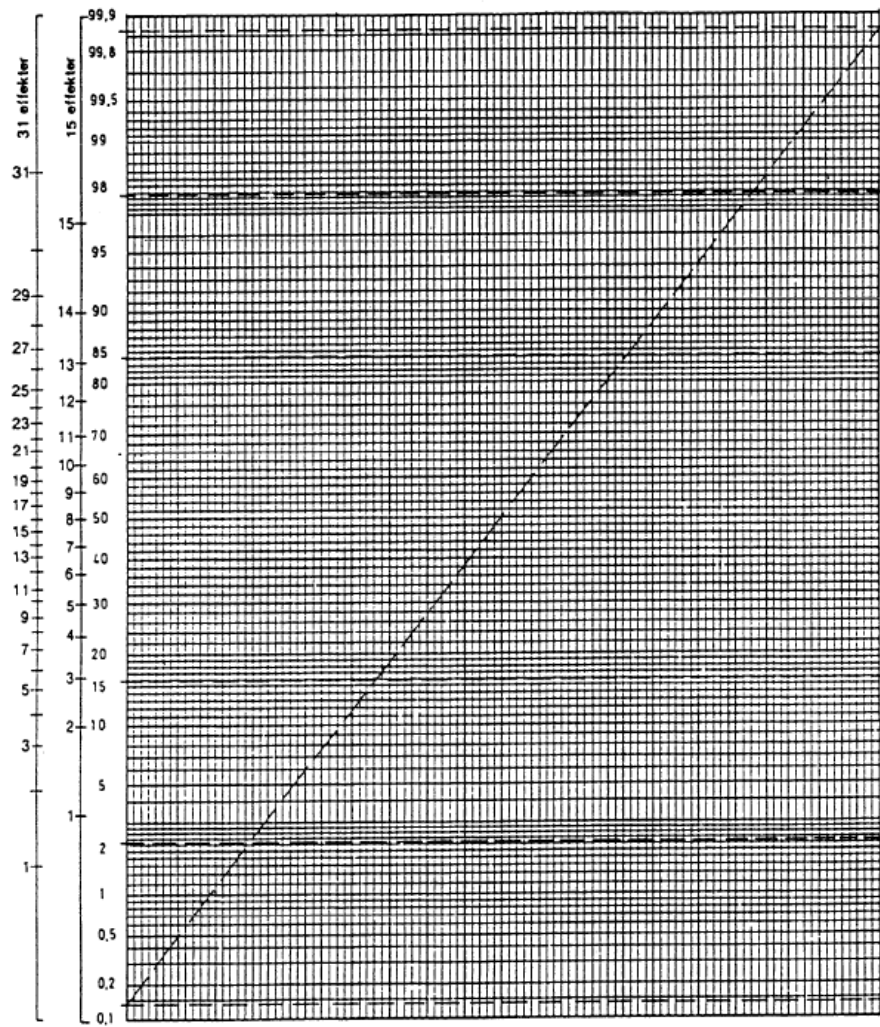


Figure 1: Normalfördelningsdiagram