Tillämpad matematisk statistik LMA201
Tentamen 2019-08-29

Tid: 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Kursansvarig: Reimond Emanuelsson
Telefonvakt och tentarond: Reimond Emanuelsson 0708948456.
Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.
OBS: uppgiftstext på flera sidor!

---

1. (3+3 poäng) Det gäller att den kontinuerliga stokastiska variabeln ξ har frekvensfunktion
$$f(x) = 4x(1-x^2)$$
om $0 \leq x \leq 1$ och $f(x) = 0$ för övrigt.

   (a) Beräkna standardavvikelsen för ξ.

   (b) Beräkna den betingade sannolikheten $P(\xi \geq 1/4 \,|\, \xi \leq 3/4)$.

2. (2+2+2 poäng) För två händelser A och B gäller att $P(A \cap B) = 1/3$, $P(A \cap B^c) = 1/6$ samt $P(B) = 5/6$. Beräkna

   (a) $P(A)$,

   (b) $P(B^c|A)$,

   (c) $P(A|B)$.

3. (2+3 poäng) Vid en mätning på brottsgränsen för ett material (enhet kNm) erhålls ett observerat stickprov på brottsgränsen (enhet kNm): $109, 111, 104, 111, 115$. Man utgår från att brottsgränsen är normalfördelad.

   (a) Ge ett $98\,\%$ symmetriskt konfidensintervall för fördelningens väntevärde.

   (b) Ge ett uppåt begränsat $98\,\%$ konfidensintervall för fördelningens standardavvikelse.

   Räknehjälp: Medelvärdet är $\overline{x} = 100$ och skattad standardavvikelse $s = 4.0$.

4. (2+3+2 poäng) Fastighetsföretaget Femfemmans (FF) hyreshus har 225 lägenheter. Sannolikheten att ett hushåll (lägenhet) har 1 bil är 0.8 och sannolikheten för ingen bil är 0.2.

   (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för totalt antal bilar tillhörande lägenheterna i FF:s hyreshus.

   (b) Fastighetsföretaget planerar att gör 190 p-platser. Vad är (approximativt) sannolikheten att dessa räcker för de 225 lägenheterna?

   (c) Hur många p-platser behövs för att sannolikheten skall vara 99% att alla bilar får p-plats?

5. (2+4 poäng) För att hyrsesgästerna skall komma in i respektive lägenhet i Fastighetsföretaget Femfemmans hyreshus (FF), används fyrsiffriga koder, där alla fyra siffror är olika.

   (a) Hur många koder är möjliga?

   (b) Man vill öka antal koder genom att använda femsiffriga koder där exakt två av siffrorna är lika (exempelvis är 34368 en tillåten kod). Hur många sådana koder är möjliga?

6. (6 poäng) Ada och Beda spelar med en tärning med sex sidor. De kastar varannan gång och Ada börjar. Den som får en sexa först, vinner. Vad är sannolikheten att Ada vinner?

7. (2+2+1 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A, B och C påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	1.2
2	+	-	-	1.5
3	-	+	-	0.9
4	+	+	-	1.0
5	-	-	+	1.1
6	+	-	+	0.8
7	-	+	+	1.4
8	+	+	+	1.0

   (a) Beräkna huvudeffekten l_B och samspelseffekten l_{BC}.

   (b) Antag att man också är intresserad av faktorn D, men bara kan göra 8 försök. Man gör ett reducerat faktorförsök där man väljer generatorn $D = AC$. Vilket alias får C i detta reducerade faktorförsök?

   (c) Förklara i ord vad det praktiskt innebär att en effekt och en samspelseffekt är alias till varandra i ett reducerat faktorförsök.

8. (3+2 poäng) Antag att vi har en Markovkedja i diskret tid med tre tillstånd. Övergångsmatrisen ges av

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

   och startvektorn ges av

$$p^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

   (a) Beräkna den stationära fördelningen för Markovkedjan.

   (b) Beräkna tillståndsvektorn vid tidpunkt 1, det vill säga beräkna $p^{(1)}$.

9. (3+1 poäng) I en fabrik finns 2 maskiner. Varje maskin har felintensitet $0.01h^{-1}$. Det finns en reparatör som jobbar på en trasig maskin åt gången. Reparatörens reparationsintensitet är $0.1h^{-1}$. Låt $X(t)$ stå för antalet trasiga maskiner vid tiden $t \geq 0$. Antag att vid tiden $t = 0$ så är bägge maskinerna hela.

   (a) Beräkna den stationära fördelningen för Markovkedjan $X(t)$.

   (b) Vad är sannolikheten att båda maskinerna är hela vid en given tidpunkt långt in i framtiden?

Lycka till!