Tillämpad matematisk statistik LMA201 (elektros kurs) Tentamen 2018-08-31

Tid: 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Examinator: Johan Tykesson och Reimond Emanuelsson
Telefonvakt och tentarond: Johan Tykesson, 0703182096. Till salen ca kl 9.30 och 11.30.
Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!
OBS: text på två sidor!
Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

---

1. (3+3 poäng) Vid planeringen av ett bostadsområde med 1000 hushåll (lägenheter) vill man dimensionera tillgången till parkeringsplatser. Förväntat antal bilar per hushåll är 0.8 och motsvarande standardavvikelse 0.6.

   (a) Vad är sannolikheten att det kommer vara minst 820 bilar i bostadsområdet?

   (b) Hur många parkeringsplatser måste bostadsområdet minst ha för att sannolikheten för att alla bilar får parkeringsplats är 90%?

   Lämpliga approximationer kan användas.

2. (3+3 poäng) Följande funktion

$$f(x) = \begin{cases} C(1-x^2), & \text{om } -1 \leq x \leq 1 \\ \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

   för en konstant C är given.

   (a) Bestäm konstanten C, så att $f(x)$ blir en frekvensfunktion.

   (b) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för en stokastisk variabel ξ som har $f(x)$ som frekvensfunktion.

3. (2+4 poäng) Givet är sex oberoende mätningar som gav värdena $22, 20, 22, 30, 26, 24$ av en normalfördelad stokastisk variabel med väntevärde μ och standardavvikelse σ. Ge ett (symmetriskt) 90% konfidensintervall för μ då

   (a) $\sigma = 1.0$.

   (b) σ okänd.

4. (2+2+1 poäng) Följande sannolikheter är för händelserna A och B kända:

$$P(A) = 0.6, \quad P(A \cup B) = 0.8, \quad P(A \cap B) = 0.2.$$

   (a) Beräkna sannolikheten $P(B)$.

   (b) Beräkna sannolikheten $P(A|B)$

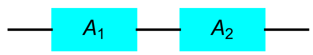
   (c) Är A och B oberoende? Motivera!

5. (2+3 poäng) På Trafikverket vill man ha ett nytt system med registreringsnummer. Man utgår från att 22 bokstäver och sifforna $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ används. Det nuvarande systemet bygger på sex tecken, mer exakt först tre bokstäver följt av tre siffror.

   (a) Beräkna antal möjliga registreringsnummer i det nuvarande systemet.

   (b) Ett nytt system med bara fyra tecken föreslås, där de 32 tecknen (de 22 bokstäverna och sifforna $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) får komma i vilken ordning som helst. Ger det fler eller färre registreringsnummer? Utför nödvändiga beräkningar!

6. (3+3 poäng) I ett seriekopplat elsystem är livslängderna på komponent A_1 och A_2 oberoende och exponentialfördelade med förväntade livslängder på 2 år respektive 4 år. Elsystemet fungerar bara om båda komponenterna fungerar.



   (a) Vad är sannolikheten att systemet fungerar efter ett år?

   (b) Bestäm frekvensfunktionen för elsystemets livslängd.

7. (2+4 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A, B och C påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	41
2	+	-	-	42
3	-	+	-	57
4	+	+	-	54
5	-	-	+	41
6	+	-	+	46
7	-	+	+	68
8	+	+	+	59

   (a) Beräkna l_{AC} och l_{ABC}.

   (b) Antag att man också var intresserad av faktorerna D och E och F. Man har bara råd att göra 8 försök, så man får göra ett reducerat faktorförsö. Antag att man väljer teckenkolumner för A, B och C precis som ovan. Antag sedan att man väljer de tre generatorerna $D = ABC$, $E = BC$ och $F = AC$. Beräkna upplösningen för det reducerade faktorförsöket och beräkna alla alias för B.

8. (3+3 poäng) Antag att vi har tre tillstånd E_1, E_2 och E_3. Vi tittar nu på två olika Markovkedjor i diskret tid på dessa tillstånd.

   (a) Betrakta Markovkedjan med övergångsmatris

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \\ 1/4 & 3/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

   Beräkna eventuella stationära fördelningar för Markovkedjan.

   (b) Betrakta Markovkedjan med övergångsmatris

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

   Beräkna eventuella stationära fördelningar för Markovkedjan.

9. (4 poäng) Antag att den kontinuerliga stokastiska variabeln ξ är likformigt fördelad på intervallet $[0, 1]$. Låt $\eta = \sqrt{\xi}$ och beräkna frekvensfunktionen för η.

Lycka till!