Tillämpad matematisk statistik LMA521 (Maskin/Mekatronik/EPI/Design-programmen) Tentamen 2017-04-12

Tid: 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen
Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**
Examinator: Johan Tykesson
Telefonvakt/jour: Ivar Simonsson, 0738027538. Till salen ca 9.30 och 11.30
Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!
OBS: text på tre sidor!
Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

1. (2+4 poäng) En djurpark skall köpa in ett parti på 20 nya flodhästar. Naturligtvis bör alla 20 flodhästar veterinärundersökas innan de köps in, men djurparken beslutar sig för att chansa. De använder en enkel provtagningsplan där man undersöker ett urval på 2 flodhästar. Om båda är friska accepteras partiet, annars avvisas det. Om partiet avvisas så gör man en allkontroll av partiet, dvs samtliga 20 flodhästar undersöks. Antag att 2 av de 20 flodhästarna är sjuka.

   (a) Beräkna sannolikheten att flodhäst-partiet accepteras av den enkla provtagningsplanen.

   (b) Beräkna väntevärde och varians för antalet undersökta flodhästar. (Väntevärdet går även under beteckningen ATI.)

2. (6 poäng) I en domstol händer det ibland att en oskyldig person döms. Antag att bland de åtalade är 70% skyldiga och att sannolikheten att en skyldig döms är 59%, medan sannolikheten att en oskyldig döms är 0.4%. Beräkna den betingade sannolikheten att en person är oskyldig, givet att personen döms.

3. (4 poäng) För att kontrollera en kemisk tillverkningsprocess tar man med jämna mellanrum ut en provgrupp om 3 enheter och mäter pH värde. Från 10 provgrupper har man följande resultat (där $\bar{x}$ är provgruppsmedelvärdet och R är variationsbredden för provgruppen):

Provgrupp:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{x}$	7.1	6.4	6.6	7.2	6.9	6.5	6.2	6.5	6.6	7.1
R	0.4	0.4	0.7	0.3	0.4	0.2	0.2	0.1	1.0	0.1

   Beräkna övre och undre kontrollgränser för $\bar{x}$- och R-diagram. Är processen i statistisk kontroll? (Egentligen brukar man mäta på åtminstone 20 provgrupper men vi har här bara 10 för att minska mängden beräkningar)

4. (3+3 poäng) Antag att mätvärdena 25.5, 24.3 och 21.6 kommer från en normalfördelning med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ. Antag också att mätningarna är gjorda oberoende av varandra.

   (a) Beräkna ett 95% konfidensintervall för μ

   (b) Beräkna ett 95% två-sidigt konfidensintervall för σ

5. (3+2+3 poäng) Antag att ξ är en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 6x^2 & \text{för } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

   En student vill släppa en pappershelikopter från höjden 10 meter. Pga slumpen blir släpphöjden inte exakt 10 meter. Istället kan släpphöjden betraktas som en stokastisk variabel η, som ges av sambandet $\eta = 9.75 + 0.5\xi$ (enhet meter).

   (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för ξ.

   (b) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för η.

   (c) Beräkna sannolikheten att helikoptern släpps från en höjd som är mindre än eller lika med 10.1 meter.

6. (2+4 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna A, B och C påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat y
1	-	-	-	53
2	+	-	-	54
3	-	+	-	77
4	+	+	-	78
5	-	-	+	53
6	+	-	+	55
7	-	+	+	77
8	+	+	+	79

   (a) Beräkna huvudeffekten l_A och tre-faktorsamspelet l_{ABC}.

   (b) Antag att man också var intresserad av faktorerna D och E och F. Man har bara råd att göra 8 försök, så man får göra ett reducerat faktorförsök. Antag att man väljer teckenkolumner för A, B och C precis som ovan. Antag sedan att man väljer de tre generatorerna $D = ABC$, $E = BC$ och $F = AC$. Beräkna upplösningen för det reducerade faktorförsöket och beräkna alla alias för A.

7. (2+4 poäng) En student tar buss 16 till Lindholmen varje dag. Antag att bussen går exakt klockan 7.45. Antag att restiden till Lindholmen är normalfördelad med väntevärde 21 minuter och standardavvikelse 3 minuter. För att komma i tid till föreläsning måste hon vara på Lindholmen senast klockan 8.10.

   (a) Vad är sannolikheten att hon kommer i tid en given dag?

   (b) Antag att hon reser till Lindholmen 200 dagar. Beräkna (approximativt) sannolikheten att hon kommer i tid mindre än eller lika med 190 dagar av dessa 200 dagar. Vi antar att resorna på olika dagar är oberoende av varandra.

8. (2+3 poäng) Antag att A, B och C är händelser. Det gäller att A och B är oberoende samt att A och C är disjunkta. Dessutom gäller det att $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ och $P(A \cup B \cup C) = 0.9$.

   (a) Beräkna $P(A \cup B)$

   (b) Beräkna $P(B^c \cap C)$.

9. (3 poäng) Antag att ξ och η är oberoende diskreta stokastiska variabler. Det gäller att $P(\xi = 0) = P(\eta = 0) = 0.5$ och $P(\xi = 1) = P(\eta = 1) = 0.5$. Beräkna $E(2^{\xi\eta})$.

   Lycka till!