

Tillämpad matematisk statistik LMA522 (maskin/mekatroniks kurs)

Tentamen 2019-03-18

Tid: 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt och tentarond: Anders Hildeman, 6792. Till salen ca kl 9.30 och 11.30.

Till varje uppgift skall fullständig lösning lämnas!

OBS: text på FYRA sidor!

Betygsgränser: För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

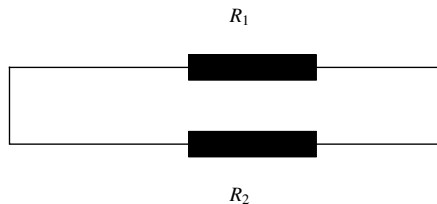
- (2+3+4 poäng) Antalet bilar som passerar en trafikkontroll under en minut är Poissonfördelat med väntevärde 4. Antal bilar under olika minuter är oberoende av varandra.
 - Vad är sannolikheten att det under en given minut passerar minst två bilar?
 - Vi får veta att det under en minut passerar minst två bilar. Vad är den betingade sannolikheten att det passerade minst tre bilar under denna minut?
 - Vad är (approximativt) sannolikheten att det passerar fler än 250 bilar under en timme?
- (2+3 poäng) Resultatet efter 6 mätningar av en normalfördelad stokastisk variabel med okänt väntevärde μ och okänd standardavvikelse σ gav

25.0, 26.0, 23.5, 23.5, 24.0, 25.0 .

Räknehjälp: Från stickprovet beräknas medelvärdet $\bar{x} = 24.5$ och standardavvikelsen $s = 1.0$.

- Bestäm ett tvåsidigt 95%:s konfidensintervall för μ .
 - Bestäm ett uppåt begränsat 95%:s konfidensintervall för σ .
- (3+2 poäng) Registreringsnummer för fordon ges av tre bokstäver följda av tre siffror. Antag att antalet bokstäver som används är 23 och antalet siffror 10.
 - Hur många registreringsnummer finns det, där en bokstav förekommer exakt två gånger?
 - Vad är sannolikheten att ett fordon med registreringsskylt har ett nummer som i (a)? Antag att alla registreringsnummer används, och att varje registreringsnummer har samma sannolikhet.
 - (4 poäng) Antag att binära tal (som består av nollor och ettor) skickas mellan en sändare och en mottagare. Av de skickade tecknen är andelen nollor 0.45. Andelen mottagna nollor är 0.40. Man vet dessutom att en skickad nolla mottas som en etta med sannolikheten 0.03. Antag nu att vi tar emot en etta. Vad är den betingade sannolikheten att detta tecken sändes som en etta?

5. (2+2+3 poäng) Betrakta det parallellkopplade elsystemet nedan. Resistorerna R_1 och R_2 är oberoende och deras respektive livslängder är exponentialfördelade med väntevärde 2 år. Elsystemet fungerar om minst en av resistorerna fungerar.



- (a) Vad är sannolikheten att båda resistorerna fungerar efter ett år?
 (b) Vad är sannolikheten att systemet fungerar efter ett år?
 (c) Bestäm fördelningen för elsystemets livslängd, d.v.s. ange fördelnings- och frekvensfunktion.
6. (1 + 1 + 3 + 3 poäng)

Några vänner från Chalmers reser tillsammans runt i Europa under sommarlovet. Hur kul de tyckte sin semester var beror på tre faktorer:

Faktorer	Låg (-)	Hög (+)
A: Antal städer besökta	4 städer	10 städer
B: Resans längd	2 dagar	6 dagar
C: Total kostnad för resan	20 000 kr	40 000 kr

Table 1: Faktorer och deras nivåer.

Vännerna vinner på lotto och får möjlighet att testa alla $2^3 = 8$ kombinationer av resor. De poängsätter resorna och detta motsvarar då ett fullständigt 2^3 -faktor försök (deras poäng är responsvariabeln som beror på nivåerna hos de tre faktorerna).

- (a) I första raden av tabell 2 är de tre huvudeffekterna, A , B och C redan inskrivna. Fyll på med namnet på alla samspelseffekter.
 (b) Skriv ut tecknen för alla huvudeffekter i tabell 2 motsvarande detta faktorförsök. D.v.s. bestäm tecken (+ eller -) hos de kolumner som motsvarar huvudeffekter så att tabellen motsvarar ett fullständigt 2^3 -faktor försök.

Nr.	A	B	C				
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							

Table 2: Faktorförsök för Europaresan.

- (c) De skattade effekterna från faktorförsöket kan ses i tabell 3. Skriv in dem i ett normalfördelningsdiagram (se bifogat diagram) och avgör vilka effekter som är signifikanta.

Effekt	M	l_A	l_B	l_C	l_{AB}	l_{AC}	l_{BC}	l_{ABC}
y_i	3.16	5.29	-0.20	-2.69	-0.41	-0.97	-0.95	0.75

Table 3: Skattade effekter från faktorförsöket.

- (d) Under resans gång så upptäcker de att det finns ytterligare en faktor som är starkt kopplad till hur höga poäng resorna får. Tydligt så blir resan mindre rolig om det bråkas och tjuras mycket. Egentligen har de alltså fyra faktorer.

Nu upptäckte de faktor D först efter resorna var avklarade. De hade dock sådan "tur" att precis hälften av alla 8 resorna innehöll mycket bråkande och tjurande och resten var fyllda av glädje och kamratskap. Man kan därför identifiera deras resor som ett 2^{4-1} -faktor försök.

Kolumnen motsvarande huvudeffekten för faktor D visade sig vara identisk med kolumnen för tvåfaktorsamspelet BC . Vad är generatoren, vad är ordet och vad är upplösningen på den reducerade faktor försöksplanen?

7. (2 + 3 poäng)

Vännerna från föregående uppgift blev inspirerade av kunskapen de fått från sitt faktor försök. De spenderade resten av sin lottovinst på att öppna en resebyrå. Nu säljer de resor skraddarsyddna åt kundernas behov.

För att säkerställa att de levererar högkvalitativa resor så utför de styrande kontroll. Bl.a. så ringer de varje vecka upp 5 kunder som är ute och reser. De frågar då kunderna hur många gånger de fått sina plånböcker stulna under den senaste veckan. Kvalitetsindikatorn är alltså antal stulna plånböcker under 5 veckors resande (man slår ihop antalet från alla 5 kunder).

Vecka	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
Antal stulna	9	3	2	1	3	6	3	8	2	4

Table 4: Tabell över registrerat antal stulna plånböcker från 5 tillfrågade veckovis. Tidpunkterna för tillfrågningarna är måndagar under veckorna 24 till 33.

- (a) Data från telefonintervjuer från 10 sommarveckor i följd kan ses i tabell 4. Skapa passande diagram och avgör om stöldsäkerheten hos de sålda resorna är under statistisk kontroll. De vet sedan tidigare att antal stulna plånböcker per 5 veckors resande kan beskrivas av en Poissonfördelning med parameter värde $\lambda = 4$.
- (b) För att resorna skall leva upp till resebyråns kvalitetskrav så skall antalet stulna plånböcker **per vecka** vara som mest 3 och som minst 0. Beräkna korriberat duglighetsindex och avgör om resebyrån säljer resor som, med tillräckligt god marginal, lever upp till kvalitetskraven.

8. (2 + 3 + 1 + 1 poäng) Som ett led i kvalitetsarbetet på vännernas resebyrå så har de köpt in 2000 snören. Tanken är att dessa snören kan användas för att knyta fast plånböcker i användarens skärp. Genom att inkludera ett sådant snöre i varje såld resa så hoppas de minska risken för plånbokstölder.

För att avgöra om tillräckligt många av snörena tål ett starkt ryck så vill de testa ett urval av de totalt 200 snörena.

- (a) För att vara nöjda med snörens kvalitet så väljer de en acceptabel kvalitetsnivå (d.v.s p_1) på 2% och en gränskvalitet (d.v.s p_2) på 10%. De vill ha en producentrisk på 5% och en konsumentrisk på 10%. På grund av kostnaden för kontrollerna så vill de kontrollera så få snören som möjligt. Bestäm den bästa dubbla provtagningsplanen för dem (du kan anta att n_2 bara kan vara n_1 eller $2n_1$).
- (b) Antag att det egentligen finns 50 trasiga snören i partiet vännerna köpt in. Räkna ut acceptanssannolikheten för partiet.
- (c) Vad är förväntat antal kontrollerade snören om det var 50 trasiga snören i partiet? Antag att man inte kontrollerar några fler snören vid avvisning.
- (d) Beskriv med ord vad genomsnittlig utgående kvalitet är?

Lycka till!

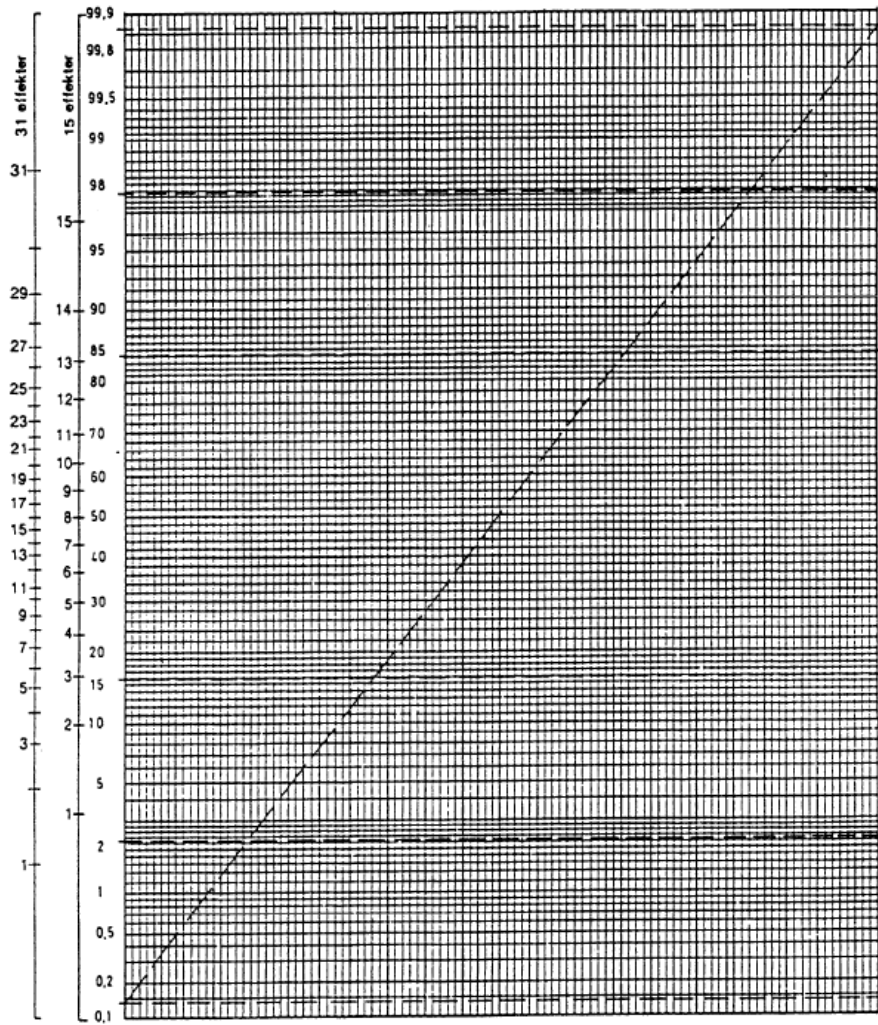


Figure 1: Normalfördelningsdiagram