

Tillämpad matematisk statistik LMA522

(maskin/mekatroniks kurs)

Tentamen 20190610

Tid: 14.00-18.00

Hjälpmedel: Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen **Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

Kursansvarig: Reimond Emanuelsson

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, tel. 0708 948 456

Betygsgränser: för betyg 3 krävs minst 20 poäng, för betyg 4 krävs minst 30 poäng, för betyg 5 krävs minst 40 poäng.

Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.

OBS: uppgiftstext på FYRA sidor!

- (3 poäng) Antag att den kontinuerliga stokastiska variabeln ξ har frekvensfunktion $f(x) = 6x(1-x)$ ifall $0 \leq x \leq 1$ och $f(x) = 0$ för övriga x . Beräkna standardavvikelsen för ξ .
- (1+1+1+1 poäng) Bilar av ett visst märke råkar ut för fel A med sannolikhet 0.15 och fel B med sannolikhet 0.12. Fel A och fel B uppkommer oberoende av varandra. Vi antar att inga andra fel kan uppkomma. Beräkna följande sannolikheter:
 - Sannolikheten för minst ett fel på en given bil.
 - Sannolikheten för inget fel.
 - Sannolikheten för exakt ett fel.
 - Sannolikheten för fel A givet att bilen har fel B .
- (2+3 poäng) Tiden för ny asfaltsläggning av Götaälvbron beräknas ta tiden $\xi \in N(3.0, 0.42)$ veckor och tiden för att måla väglinjer beräknas ta tiden $\zeta \in N(1.0, 0.40)$ veckor. Dessa två tidsåtgångar är oberoende varandra.
 - Vad är sannolikheten att asfaltsläggningen tar högst 3.5 veckor?
 - Vad är sannolikheten att den totala tiden, d.v.s. tiden för asfaltsläggning och vägmålning, tar minst 4.5 veckor?
- (1+2+3 poäng) Antal inkommande paket till en postterminal per dag är Poissonfördelat $Po(\lambda)$ med väntevärdet $\lambda = 30.0$. Använd lämpliga approximationer där det behövs nedan.
 - Vad är sannolikheten att det under en dag kommer in exakt 30 paket?
 - Vad är sannolikheten att det under en dag kommer in fler än 30 paket?
 - Vad är sannolikheten att det under en dag har kommit högst 40 paket givet att det har kommit minst 30 paket?

5. (2+4 poäng) Resultatet efter 5 mätningar av en normalfördelad variabel med väntevärde μ och standardavvikelse σ gav

35.0, 36.0, 34.5, 32.0, 35.0

av en normalfördelad stokastisk variabel. Räknehjälp: Medelvärdet för stickprovet är 34.5 och stickprovs-standardavvikelsen är 1.5.

- (a) Bestäm ett tvåsidigt 95%:s konfidensintervall för väntevärdet μ .
 - (b) Bestäm ett uppåt begränsat 95%:s konfidensintervall för standardavvikelsen σ .
6. (1+2+2+1 poäng) För händelserna A och B vet man att

$$P(A \cap B) = 0.4, P(A|B^c) = 0.25, \text{ och } P(B|A) = 0.8.$$

- (a) Beräkna $P(A)$.
 - (b) Beräkna $P(B)$.
 - (c) För en tredje händelse C gäller att $P(A^c|C) = P(C|A^c)$. Beräkna $P(C)$.
 - (d) Man vet dessutom att $P(A \cap C^c) = 0.16$. Är A och C oberoende? Argument fordras.
7. (2 + 2 + 2 + 2 poäng)

En mystisk alkemist har sitt laboratorium uppe i ett mörkt tornrum i ett slott på den skotska landsbygden. Där uppe har hon upptäckt formeln för att göra guld av gamla petflaskor och cigarettfimpar.

I hennes formel är renheten guld responsvariabeln, Y (som mäts i karat). Y kan anses approximativt normalfördelad med varians σ^2 och ett väntevärde som beror på faktorernas nivåer. Faktorerna är mängden petflaskor (A), mängden cigarettfimpar (B) samt mängden av en hemlig vätska (C). Formeln för väntevärdet av responsvariabeln givet faktorernas nivåer ser ut som följande:

$$\beta_0 + \beta_A x_A + \beta_C x_C + \beta_{BC} x_B x_C. \quad (1)$$

Här motsvarar t.ex. x_C ett värde (antingen +1 eller -1) beroende på om mängden av vätska C är på låg eller hög nivå.

- (a) Givet formeln i Ekvation (1), beskriv vilka effekter som kan existera (alltså vilka effekter som vi vet inte bara är noll).
- (b) För att ta reda på effekternas storlek så utförde alkemisten ett reducerat faktorförsök med två nivåer, 2^{3-1} , såsom i tabell 1.
Man kan tänka sig faktorförsöket som ett vanligt 2^2 -faktorförsök för faktorerna A och C där man sedan lagt till faktor B så att den alltid har samma nivå (+1 eller -1) som A i varje mätning. Vilken generator och upplösning för den reducerade försöksplanen ger detta?
- (c) Skriv upp sammanblandningsmönstret (alltså vilka effekter som är varandras alias)

Nr.	A	B	C	y	s^2
1	+	+	+	[15.16, 17.71]	3.26
2	-	-	+	[3.38, 1.40]	1.98
3	+	+	-	[10.75, 11.53]	0.31
4	-	-	-	[18.07, 17.37]	0.24

Tabell 1: Faktorförsök med 2 replikat i varje mätgrupp.

- (d) Med hjälp av din kunskap om vilka effekter som existerar, skatta effekterna A, C och BC samt medelvärdet M .

8. (2 + 4 poäng)

Förutom tornet, som bebos av alkemisten, så används slottet i föregående uppgift som hotell och restaurang åt besökande turister. Hotellet är speciellt känt för det utsökta vin som de serverar till middagarna. Hemligheten till att deras vin håller så hög kvalitet är att hovmästaren är utbildad i statistisk kvalitetsstyrning. Därför utför han acceptanskroll på varje parti med vinflaskor som de köper in.

De använder sig av en dubbel provtagningsplan med producentrisk, $\alpha = 5\%$, konsumentrisk, $\beta = 10\%$ och ett andra urval som är dubbelt så stort som det första urvalet, $n_2 = 2n_1$.

- (a) Hovmästaren, som inte spottar i glaset, utför själv kontrollen på samtliga partier. För den dubbla provtagningsplanen han valt så är $p_1 = 2\%$, $c_1 = 1$, $c_2 = 3$, $r_1 = r_2 = 4$.

Med hjälp av den information du har och en lämplig tabell, ta reda på värdena hos n_1 , n_2 och p_2 .

- (b) Vad är acceptanssannolikheten för en egentlig felkvot på $p = 10\%$? (du kan anta att $n_1 + n_2 < 0.1N$)

9. (3 + 1 + 1 + 1 poäng)

Det skotska slottshotellet i föregående uppgifter har problem med spöken. Under en period var det så illa att hotellgäster krävde pengarna tillbaka men efter åtskilliga behandlingar av både byns äldre och traktens mest slipade dammsugarförsäljare så är nu spökerierna nere på en acceptabel nivå.

Hotellet utför styrande kontroll för att garantera att spökerierna inte förvärras igen. Detta görs genom att varje natt avlyssna 6 stycken slumpvist utvalda sovrum. Kvalitetsindikatorn, x_{ij} för natt i och rum j , är antal minuter som det hörs ljud av tunga suckningar, rasslande kedjor eller klagande kvinnoång.

Medelvärdet och variationsbredden hos tiden av inspelade spökljud under 20 nätter kan ses i tabell 2.

- (a) Med hjälp av tabell 2 och passande tabell från formelsamlingen, räkna ut styrgränserna för både medelvärdesdiagram och passande spridningsdiagram.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{x}_i$	6.27	6.20	7.22	4.92	5.22	5.20	5.98	6.47	8.37	7.28
R_i	5.28	8.19	5.83	9.33	3.49	8.47	8.54	5.41	8.45	5.07
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{x}_i$	7.05	6.26	5.25	8.14	8.11	6.90	7.16	9.30	10.61	12.49
R_i	7.36	6.50	7.99	7.72	10.21	7.73	8.50	7.11	7.23	3.54

Tabell 2: Medelvärde och variationsbredden hos antal minuter inspelade spökljud. Kolumnerna motsvarar olika nätter och under varje natt har 6 stycken sovrum avlyssnats.

- (b) Är spökerierna under statistisk kontroll? Motivera ditt svar med hjälp av de uträknade styrgränserna.
- (c) Förklara med ord vad ARL är.
- (d) Vad är fördelen respektive nackdelen med att ha ett stort ARL.

Lycka till!