

# Tillämpad matematisk statistik LMA522

## Tentamen 2019-08-29

**Tid:** 8.30-12.30. **Tentamensplats:** Lindholmen

**Hjälpmedel:** Kursboken **Matematisk Statistik** av Ulla Dahlbom. Formelsamlingen

**Tabell- och formelsamling i matematisk statistik, försöksplanering och kvalitetsstyrning** av Håkan Blomqvist. Boken och formelsamlingen får ej innehålla extra anteckningar, men understrykningar, sticks och markeringar är tillåtna. **Chalmersgodkänd räknare.**

**Kursansvarig:** Reimond Emanuelsson

**Telefonvakt och tentarond:** Reimond Emanuelsson 0708948456.

**Betygsgränser:** För betyg 3, 4 resp. 5 krävs minst 20, 30 resp. 40 poäng.

---

**Redovisa lösningarna i detalj. Räkna exakt så långt som möjligt. Svaret kan ges numeriskt/approximativt.**

**OBS: uppgiftstext på flera sidor!**

---

1. (3+3 poäng) Det gäller att den kontinuerliga stokastiska variabeln  $\xi$  har frekvensfunktion

$$f(x) = 4x(1 - x^2)$$

om  $0 \leq x \leq 1$  och  $f(x) = 0$  för övrigt.

- (a) Beräkna standardavvikelsen för  $\xi$ .
- (b) Beräkna den betingade sannolikheten  $P(\xi \geq 1/4 | \xi \leq 3/4)$ .
2. (2+2+2 poäng) För två händelser  $A$  och  $B$  gäller att  $P(A \cap B) = 1/3$ ,  $P(A \cap B^c) = 1/6$  samt  $P(B) = 5/6$ . Beräkna
- (a)  $P(A)$ ,
- (b)  $P(B^c|A)$ ,
- (c)  $P(A|B)$ .
3. (2+3 poäng) Vid en mätning på brottsgränsen för ett material (enhet kNm) erhålls ett observerat stickprov på brottsgränsen (enhet kNm): 109, 111, 104, 111, 115. Man utgår från att brottsgränsen är normalfördelad.

- (a) Ge ett 98 % symmetriskt konfidensintervall för fördelningens väntevärde.
- (b) Ge ett uppåt begränsat 98 % konfidensintervall för fördelningens standardavvikelse.

Räknehjälp: Medelvärdet är  $\bar{x} = 100$  och skattad standardavvikelse  $s = 4.0$ .

4. (2+3+2 poäng) Fastighetsföretaget Femfemmans (FF) hyreshus har 225 lägenheter. Sannolikheten att ett hushåll (lägenhet) har 1 bil är 0.8 och sannolikheten för ingen bil är 0.2.
- (a) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för totalt antal bilar tillhörande lägenheterna i FF:s hyreshus.
- (b) Fastighetsföretaget planerar att göra 190 p-platser. Vad är (approximativt) sannolikheten att dessa räcker för de 225 lägenheterna?
- (c) Hur många p-platser behövs för att sannolikheten skall vara 99% att alla bilar får p-plats?

5. (2+4 poäng) För att hyrsesgästerna skall komma in i respektive lägenhet i Fastighetsföretaget Femfemmans hyreshus (FF), används fyrsiffriga koder, där alla fyra siffror är olika.

- (a) Hur många koder är möjliga?  
 (b) Man vill öka antal koder genom att använda femsiffriga koder där exakt två av siffrorna är lika (exempelvis är 34368 en tillåten kod). Hur många sådana koder är möjliga?

6. (6 poäng) Ada och Beda spelar med en tärning med sex sidor. De kastar varannan gång och Ada börjar. Den som får en sexa först, vinner. Vad är sannolikheten att Ada vinner?

7. (2+2+1 poäng) Man genomförde ett fullständigt faktorförsök för att undersöka hur de 3 faktorerna  $A$ ,  $B$  och  $C$  påverkade en speciell situation. Man fick följande resultat från de åtta försöken.:

Nr.	A	B	C	Resultat $y$
1	-	-	-	1.2
2	+	-	-	1.5
3	-	+	-	0.9
4	+	+	-	1.0
5	-	-	+	1.1
6	+	-	+	0.8
7	-	+	+	1.4
8	+	+	+	1.0

- (a) Beräkna huvudeffekten  $l_B$  och samspelseffekten  $l_{BC}$ .  
 (b) Antag att man också är intresserad av faktorn  $D$ , men bara kan göra 8 försök. Man gör ett reducerat faktorförsök där man väljer generatoren  $D = AC$ . Vilket alias får  $C$  i detta reducerade faktorförsök?  
 (c) Förklara i ord vad det praktiskt innebär att en effekt och en samspelseffekt är alias till varandra i ett reducerat faktorförsök.
8. (2+3 poäng) Ett företag skall köpa in ett parti på 5000 resistorer och behöver en provtagningsplan för att avgöra ifall partiet skall accepteras eller avvisas. Företaget har bestämt att en acceptabel kvalitetsnivå är  $p_1 = 0.04$  och att gränskvaliteten är  $p_2 = 0.12$ . De vill att ett parti med felkvot  $p_1$  accepteras med sannolikhet 0.95 (dvs, producentrisken  $\alpha$  är 0.05) och att ett parti med felkvot  $p_2$  accepteras med sannolikhet 0.1 (dvs, konsumentrisken  $\beta$  är 0.1).

- (a) Använd bifogat binomialfördelningsnomogram för att ta fram en enkel provtagningsplan som uppfyller företagets krav. Förklara också med ord hur provtagningsplanen fungerar.  
 (b) Använd tabell för att ta fram en dubbel provtagningsplan som (så gott det går) uppfyller kraven. Du får här anta att  $n_2$  (storleken på urval 2) bara kan vara lika med  $n_1$  eller  $2n_1$  där  $n_1$  är storleken på urval 1. Förklara också med ord hur provtagningsplanen fungerar.

9. (4 poäng) För att kontrollera en kemisk tillverkningsprocess tar man med jämna mellanrum ut en provgrupp om 5 enheter och mäter pH värde. Från 10 provgrupper har man följande resultat (där  $\bar{x}$  är provgruppsmedelvärdet och  $R$  är provgrupps-standardavvikelsen):

Provgrupp:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{x}$	7.0	6.9	6.8	7.1	6.8	6.9	7.0	7.1	6.6	7.2
$R$	0.2	0.2	0.2	0.3	0.4	0.4	0.3	0.2	0.4	0.3

Konstruera  $\bar{x}$ - och  $R$ -diagram. Är processen i statistisk kontroll?

**Lycka till!**

NOMOGRAM OVER BINOMIALFÖRDELNINGEN

$P = P(X \leq c)$  där  $X \in \text{Bin}(n, p)$ ;  $X =$  antal lyckade försök

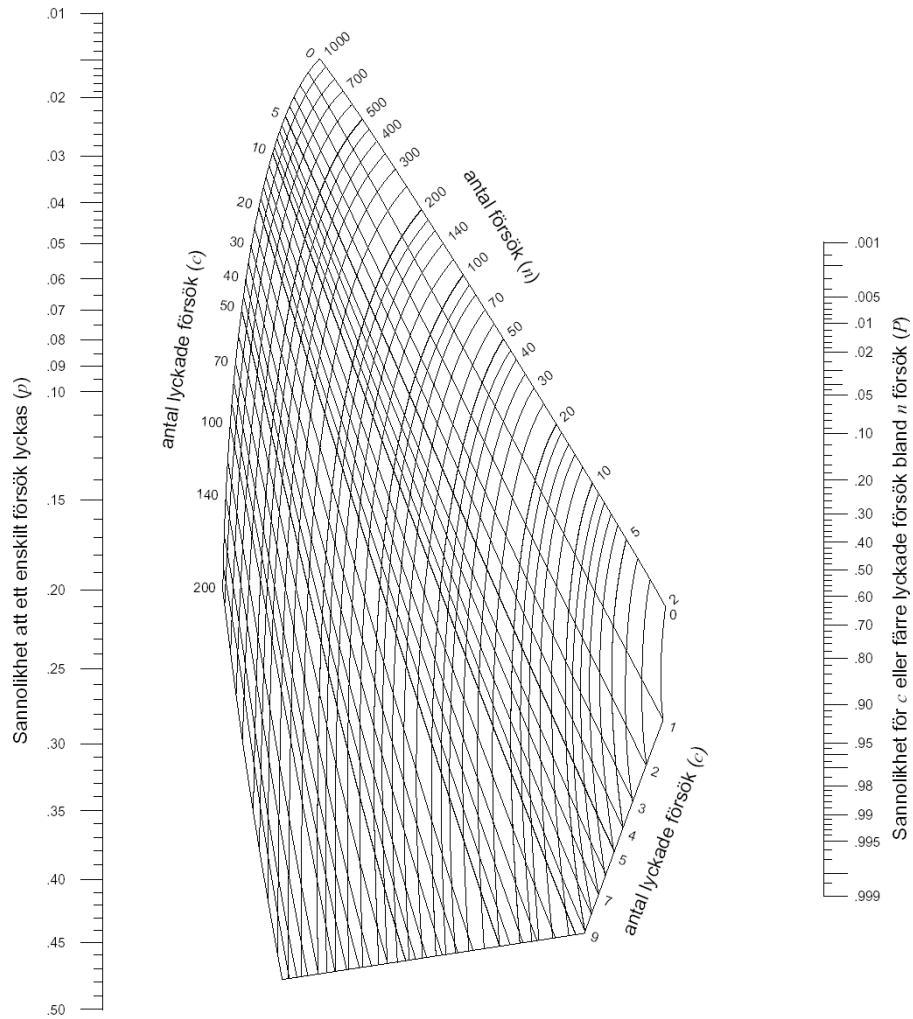


Figure 1: Binomialnomogram.