

Vecka 6

Genererande funktioner

Denna vecka handlar om genererande funktioner som är ett kraftfullt verktyg för att representera och räkna på serier av tal. Vi låter en oändlig talserie a_0, a_1, a_2, \dots representeras av $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. T.ex. representeras serien 8, 12, 6, 1, 0, 0, 0, ... av polynomet

$$(2 + x)^3 = 8 + 12x + 6x^2 + x^3$$

Med hjälp av genererande funktioner kan man bland annat lösa många kombinatoriska problem på ett enkelt sätt. Man kan dessutom lösa många typer av rekursionsekvationer som bland annat uppstår när man analyserar komplexiteten hos algoritmer.

Ett annat användningsområde är inom sannolikheteori. Man kan visa att en fördelning av en stokastisk variabel X bestäms entydigt av dess moment $E[X^k]$, $k = 1, 2, \dots, \infty$. Dessa moment utgör en oändlig talserie $E[X], E[X^2], \dots$ som vi liksom ovan kan representera med hjälp av en genererande funktion. För att få enklare resultat kommer vi dock att jobba med talserien $\frac{E[X]}{1!}, \frac{E[X^2]}{2!}, \frac{E[X^3]}{3!}$ som alltså har den genererande funktionen

$$m_X(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E[X^n]}{n!} t^n = E[e^{tX}]$$

Om man känner till den genererande funktionen för en s.v. så kan man enkelt beräkna alla dess moment och därmed väntevärdet och variansen.

Schema

- Måndag 3 dec: 13.15, sal HA3. Föreläsning.
- Onsdag 5 dec: 8.00, sal ES51, ES52. Demonstrationsräkning, samt egen räkning.
- Onsdag 5 dec: 13.15, sal HC2. Föreläsning.
- Fredag 7 dec: 10.00, sal ML6, ML7. Grupparbete 3 - Statistisk undersökning.

Litteratur

- utdrag ur Eriksson & Gavel: Diskret matematik
- utdrag ur Anderson: Discrete mathematics with combinatorics
- Milton & Arnold
 - Kap 3.4 (endast avsnittet *Moment Generating Function*)
 - Kap 7.3

Obs: All litteratur förutom Milton & Arnold kommer att delas ut på måndagens föreläsning.

Övningar

På demonstrationsräkningen kommer övningar att väljas bland följande:

Från förra veckan: 10.4, 10.18 (MA)

Allmänt om gen. fun.: 6.18 b c (EG); 13.2.1, 13.2.3 (A)

Kombinatorik: 13.3.11, 13.3.37 (A)

Rekursionsekvationer: 13.2.23 (A)

Momentgenererande funktioner: 3.4.32, 3.4.34, 7.3.44 (MA)

Följande övningar rekommenderas ni att räkna på egen hand:

Från förra veckan: 10.1, 10.2, 10.19 (antag lika varians och hoppa över a) (MA)

Allmänt om gen. fun.: 6.18 a d, 6.19 a b c (EG); 13.2.7 , 13.2.9(A)

Kombinatorik: 6.20 (EG); 13.3.13, 13.3.35 (A)

Rekursionsekvationer: 13.2.21 (A)

Momentgenererande funktioner: 3.4.31, 3.4.35, 7.3.38, 7.3.45 (MA)

A = Anderson

EG = Eriksson & Gavel

MA = Milton & Arnold