TENTAMEN: Matematisk statistik IT (TMS155), lördagen den 18 december 2004, kl. 14.00–18.00, V-huset.
Jour: Marianne Månsson, tel 772 35 45. Besöker tentamenssalen ca kl 15.30 och 17.00.
Tillåtna hjälpmedel: Chalmersgodkänd räknare och Beta.
Betygsgränser: 3a: 12 poäng, 4:a: 18 poäng, 5:a: 24 poäng. I samtliga fall krävs dessutom godkänt deltagande i grupparbetena. Varje uppgift kan ge 3 poäng och maximalt antal poäng är 30.

1. Ange lämplig fördelning för de stokastiska variabler som beskrivs i uppgift a) till d). Parametrarna behöver inte anges, bara typ av fördelning:
   a) Antal dragningar till och med första gången man vinner på Lotto om man alltid lämnar in en rad.
   b) Vikten på ett nyfött barn.
   c) Antal larm till en brandstation under en vecka.
   d) Antal rätt du får på en tenta som består av 10 stycken ”kryssfrågor” med 5 svarsalternativ vardera, om du kommer oförberedd och väljer svarsalternativ helt på måfå.
   e) Vad är sannolikheten att du klarar dig på tentan i uppgift d) om det krävs minst 7 rätt för godkänt?

2. a) Definiera oberoende mellan två händelser A och B.
   b) Antag att man kastar en symmetrisk tärning två gånger. Låt A vara händelsen att första tärningen är 1, B att summan av kasten är 6, och C att summan av kasten är 7. Är A och B oberoende? Är A och C oberoende? Är B och C oberoende? Motivera svaren ordentligt!

3. a) Definiera typ I och typ II fel.
   b) Nämn några viktiga saker att tänka på vid en statistisk undersökning.

4. På ett lastbilsflak staplas 3 lådor vars höjder kan antas vara oberoende och normalfördelade med väntevärde 65 cm och varians 3. Vad är sannolikheten att bilen kan passera en tunnel med höjden 3 meter om flaket befinner sig 1 meter ovanför vägbanan?

5. En tillverkare har tagit fram att nytt material A som de påstår har högre hållfasthet än ett i övrigt motsvarande material B. Vi vill nu jämföra hållfastheten hos dessa två material och gör därför hållfasthetsprov på 50 provstavar av material A och 50 provstavar av material B. Resultatet blev att 40 stycken av A-stavarna och 33 stycken av B-stavarna klarade testet utan att gå sönder. Räcker detta för att man ska kunna säga att material A har högre hållfasthet? Sätt upp en statistisk modell och utför ett lämpligt test eller konfidensintervall.

6. a) För att åka till jobbet tar jag buss 60 som vi antar avgår exakt 7.00, 7.10, 7.20,.... Antag att jag anländer till busshållplatsen på en tidpunkt som är likformigt fördelad mellan kl 7.35 och 8.15. Vad är sannolikheten att jag måste vänta mer än 5 minuter på bussen?
b) Om vi istället antar att jag anländer exakt kl 8.00 och att bussarnas avgångstider är likformigt fördelade i intervallen [6.55, 7.05], [7.05,7.15] osv, vad är då sannolikheten att jag måste vänta mer än 5 minuter på bussen?

7. Antag att $X_1, \ldots, X_n$ är oberoende och geometriskt fördelade med parameter p. Bestäm fördelningsfunktion och frekvensfunktion för $Y = \max\{X_1, \ldots, X_n\}$.

8. I tabellen nedan finns medelpriserna på småhus i Sverige under tiden juli 2003 till juli 2004. I tabellen finns även medeltaxeringsvärden och det sk K/T-talet, dvs köpeskillingskoefficienten som är pris/taxeringsvärde. Det är med K/T-talet som prisförändringar bör uppskattas. Antag att K/T-talet följer den linjära modellen $\beta_0 + \beta_1 x + E$ där x är månad och E är ett slumpmässigt fel med väntevärde 0 och varians σ^2.
a) Skatta parametrarna $\beta_0, \beta_1, \sigma^2$.
b) Anser du att det är en bra modell? Motivera ditt svar!

Månad	Medelpris i 1000-tals kr	Medeltaxeringsvärde i 1000-tals kr	K/T-tal
0307	1 199	766	1,60
0308	1 248	798	1,60
0309	1 179	745	1,62
0310	1 226	771	1,63
0311	1 267	800	1,63
0312	1 324	829	1,63
0401	1 351	839	1,65
0402	1 338	825	1,66
0403	1 296	793	1,66
0404	1 340	801	1,70
0405	1 292	762	1,73
0406	1 360	792	1,75
0407	1 329	761	1,78

Källa: Statistiska centralbyrån.

9. Antag att $X_1, \ldots, X_{10}$ är oberoende normalfördelade stokastiska variabler med väntevärde μ och varians σ^2. Härled ett 99% konfidensintervall för μ då σ^2 är känd.

10. Antag att det under veckan före jul anländer kunder till en leksaksaffär enligt en Poissonprocess. Under 10 stycken disjunkta 15-minutersperioder har man observerat följande antal anländande kunder:
7, 12, 6, 8, 10, 10, 7, 11, 8, 10.
Utnyttja detta för att skatta den förväntade tiden då den första kunden anländer en dag under veckan före jul om affären öppnar klockan 10.00.
(Att anta samma intensitet under hela dagen är naturligtvis inte realistiskt. Bättre hade varit att använda en Poissonprocess med en intensitet som varierar under dagen, men det bryr vi oss inte om i den här uppgiften.)

Lycka till!