

**TENTAMEN:** Matematisk statistik och diskret matematik (MVE050/MSG810).  
Statistik för fysiker (MSG820)

**Tid och plats:** Onsdagen den 7 april 2010, kl. 08.30–12.30, Väg och vatten-salar.

**Jour:** Oscar Hammar, tel 0708-300715.

**Tillåtna hjälpmedel:** Chalmersgodkänd räknare och Beta.

**Betygsgränser:** Chalmers: 3: 12 poäng, 4: 18 poäng, 5: 24 poäng. GU: G: 12 poäng VG: 21 poäng. Maximalt antal poäng är 30.

1. (3p) Låt  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.3$  och  $P(A \cap B) = 0.2$ .
  - a) Är  $A$  och  $B$  oberoende?
  - b) Beräkna  $P(A|B)$ .
  - c) Beräkna  $P(A \cup B)$ .
2. (5p) Individerna i en viss population har en vikt ( $i$  kg) som är normalfördelad med väntevärde 75 och standardavvikelse 5.5.
  - a) Vad är sannolikheten att en slumpvis vald individ ur populationen väger mer än 82kg?
  - b) Vad är sannolikheten att minst två av tio slumpvis valda individer ur populationen väger mer än 82kg?
  - c) Vad är sannolikheten att summan av vikten för två slumpvis valda individer överstiger 164? (De två individerna väljs oberoende av varandra.)
3. (3p) Antag följande om ett rättsystem. Bland de åtalade är 80% skyldiga. Sannolikheten att en skyldig döms är 0.75. Sannolikheten att en oskyldig döms är 0.004. Vad är sannolikheten att en slumpvis vald dömd person faktiskt är oskyldig?
4. (5p) En grupp studenter ska göra en inlämningsuppgift i en statistikkurs. De ska undersöka medellängden för individerna i en viss population. De antar att längden är normalfördelad. De väljer ut fem individer slumpmässigt ur populationen. De uppmätta längderna är (cm):  
  
$$179 \quad 168 \quad 175 \quad 175 \quad 169$$
  - a) Hjälp studenterna att beräkna ett tvåsidigt 95%-igt konfidensintervall för medellängden baserat på en  $t$ -fördelning med hjälp av den insamlade datan. Kontrollera att de beteckningar du använder är ordentligt definierade.
  - b) Studenterna antog att längden är normalfördelad. Ändå uppmanas du i deluppgift (a) basera ett konfidensintervall på  $t$ -fördelningen. Varför ska konfidensintervallet baseras på  $t$ -fördelningen? Ger detta ett svävare eller vidare intervall jämfört med om konfidensintervallet hade baserats på en normalfördelning? Förklara.
5. (3p) Antag att inkommande telefonsamtal till en växel följer en Poissonprocess med i snitt 30 samtal i timmen.
  - a) Vad är sannolikheten att det kommer högst ett samtal under en tiominutersperiod?
  - b) Vad är sannolikheten att det tar högst 5 minuter innan första samtalet efter en tidpunkt  $t_0$  inkommer?

6. (3p) På hur många olika sätt kan man fördela 45 identiska godisar mellan 4 barn om ingen får få mer än 18 godisar? Du kan ha användning av följande resultat om en geometrisk summa:

$$\sum_{n=0}^k x^n = \frac{1 - x^{k+1}}{1 - x}$$

och följande resultat:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k}{k} x^n = \frac{1}{(1-x)^{k+1}}$$

7. (6p) Politikerna i en kommun hävdar att minst hälften av invånarna i kommunen är positiva till ett visst projekt. Du är tveksam till detta påstående och vill utföra ett hypotestest av

$$H_0 : p \geq 0.5$$

$$H_1 : p < 0.5$$

där  $p$  är andelen av kommuninvånarna som är positiva till projektet. Av 40 slumpvis utvalda invånare i kommunen uppger 18 att de är positiva till projektet.

- a) Utför hypotestestet på signifikansnivå 0.05 med hjälp av den insamlade datan. Du kan välja mellan att räkna exakt med hjälp av en binomialfördelning eller approximera med hjälp av en normalfördelning. Om du använder en binomialfördelning och inte kan beräkna det numeriska värdet för fördelningsfunktionen i en viss punkt kan du beskriva hur du skulle ha använt det numeriska värdet om du hade haft det.
- b) Antag att du bestämt dig för regeln att förkasta  $H_0$  om antalet invånare som är positiva till projektet är 14 eller färre. Antag vidare att den sanna andelen av invånarna som är positiva till projektet är 0.4. Vad är då styrkan för hypotestestet i deluppgift (a)? Om du inte kan ge ett numeriskt värde räcker det att ge ett uttryck i termer av fördelningsfunktionen för den binomialfördelade stokastiska variabeln.
8. (2p) Beskriv vad en enkel linjär regressionsmodell används till. Beskriv modellen med en matematisk formel och ge en tolkning till de olika storheterna i uttrycket.

Lycka till!