

**TENTAMEN:** Matematisk statistik och diskret matematik (MVE050/MSG810/).

Statistik för fysiker (MSG820).

**Tid och plats:** Lördagen den 17 december 2011, kl. 14.00–18.00, Väg och vatten.

**Jour:** Frank Eriksson, tel 0737263051.

**Tillåtna hjälpmedel:** Chalmersgodkänd räknare och Beta.

**Betygsgränser:** Chalmers: 3: 12 poäng, 4: 18 poäng, 5: 24 poäng. GU: G: 12 poäng, VG: 21 poäng. Maximalt antal poäng är 30.

- (3p) Av studenterna på en kurs om 42 elever är 28 chalmerister och 14 GU-studenter. En grupp om tre studenter väljs ut för att representera kursen vid kursutvärderingen, så att varje grupp om tre studenter har samma sannolikhet att bli vald. Hur stor är sannolikheten att minst en GU-student kommer att finnas bland representanterna?
- (3p) Sidlängden  $X$  i en kvadrat är likformigt fördelad över intervallet  $[0, 2]$ ,  $X \sim Uni[0, 2]$ , meter.
  - Vad är den förväntade arean av kvadraten?
  - Vad är sannolikheten att arean är mindre än  $2 m^2$ ?
- (3p) Antag att avstånd mellan bilar på en landsväg (i en riktning) kan antas vara oberoende och exponentialfördelade med väntevärde 100 meter. Tänk dig att du befinner dig i en bil på denna väg.
  - Vilken (approximativ) fördelning (inklusive parametrar) har avståndet till den femtionde bilen framför dig?
  - Vad är sannolikheten att avståndet till den femtionde bilen är mellan 5 km och 5,2 km?
- (3p) Fyra ljusskygga typer har under oklara omständigheter kommit över 20 guldpenningar och nu bråkar de över hur de ska dela på dem. Hittills har de bara lyckats enas om att ingen ska få färre än 3 guldmynt. På hur många sätt kan de dela upp mynten?

Du kan utnyttja att

$$\frac{1}{(1-x)^{k+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{n+k}{k} x^n.$$

- (3p) I vår serie potatisundersökningar har vi nu kommit till C-vitamin. Vår assistent har mätt askorbinsyrahalten, som antas ge en god uppfattning om C-vitaminhalten, i ett stickprov om  $n = 38$  ekologiskt odlade bintjepotatisar. Hon rapporterar att det uppmätta stickprovsmedelvärdet är  $\bar{x} = 12,74 \text{ mg}/100\text{g}$  och stickprovsvariansen  $s^2 = 9,33$ . Konstruera ett dubbelsidigt konfidensintervall för askorbinsyrahalten med konfidensgrad 0,95.

6. (4p) Kasta två rättvisa sexsidiga tärningar.

a) Är händelserna

$$A = \{\text{summan av tärningarna} = 12\} \text{ och } B = \{\text{skillnaden på tärningspoängen} = 0\}$$

oberoende? (2p)

b) Är händelserna

$$C = \{\text{summan av tärningarna} = 7\} \text{ och } D = \{\text{första tärningen visar en trea}\}$$

oberoende? (1p)

c) Beräkna de betingade sannolikheterna  $P(A|B)$  respektive  $P(C|D)$  (1p)

7. (3p) Storkar anländer till skorstenarna i en stad med  $Exp(\lambda = 0,5)$ -fördelade tidsmellanrum. Vad är sannolikheten att vi vid tiden  $t = 5$  har fått mellan 2 och 4 storkar på stans skorstenar? *Ledning: Betrakta storkarnas ankomster som händelser i en stokastisk process.*

8. (4p)

a) Definiera signifikansnivå och styrka i samband med hypotestest och förklara varför dessa är intressanta.

Antag att  $X_1, \dots, X_{25}$  är ett stickprov från  $X \sim N(\mu, \sigma = 2)$  där  $\mu$  är okänd. Vi vill testa

$$H_0 : \mu = 0$$

$$H_1 : \mu > 0.$$

Vi väljer att förkasta  $H_0$  om  $\bar{X} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} X_i \geq 0,6$ .

b) Vad är risken för att vi gör ett Typ I-fel i detta fall?

c) I själva verket är  $\mu = 0,8$ . Vilken är risken att vi gör ett Typ II-fel i detta fall?

9. (4p) Jag har dåligt sifferminne och har glömt min firsiffriga portkod och börjar därför i panik trycka in slumpmässiga siffror i hopp om att förr eller senare råka trycka rätt. Låt oss för enkelhets skull anta att varje knapptryckning jag utför är en likformigt fördelad siffra  $(0, 1, \dots, 9)$  och oberoende av tidigare tryckningar. Vilket är det förväntade antalet knapptryckningar tills dörren öppnar sig om den okända koden är 3121?

Knappsatsen i fråga är konstruerad så att låset öppnar sig så fort de fyra senast intryckta siffror motsvarar den rätta koden, d.v.s. om rätt kod är 3121 så öppnar sig låset om jag t.ex. knappar in sekvensen 13121 eller 12467273121.

Lycka till!