

## Svar till övningar med jämna nummer i Milton & Arnold, ht 2005

**Kapitel 1** 8b) Ja c)  $S = \{h, mh, mmh, mmmh, mmmmh, mmmmm\}$  d)  $A_1 = \{mh\}$ ;  $A_2 = \{h, mh\}$ ; Nej,  $A_1 \cap A_2 = \{mh\} \neq \emptyset$

10 a) 12 b) 60 c) 360

14 a)  $2^4 = 16$ , b) 5

16 a) 36 b) 180

36 b)  $S = \{++, +0, +-, 0+, 00, 0-, -, +, -0, --\}$  c)  $A = \{-+, -0, --\}$ ,  $B = \{++, 00, --\}$ ,  $C = \{+0, +-, 0-\}$  d) nej; ja e)  $A' \cap B$ : the first item selected is not of inferior quality and both items are of the same quality OR both items are of the same quality, either average or superior;  $A' \cap B'$ : the first item selected is not of inferior quality and the items are of different quality;  $A \cap B'$ : the first item selected is of inferior quality and the second item is not;  $A \cap C' \cap B$ : Both items are of inferior quality f) The nine outcomes in S are not equally likely

**Kapitel 2** 2 a)  $2/7$  b)  $24/35$

4.  $P(B \cap M) = 0.76$ ,  $P(M' \cap B) = 0.04$ ,  $P(B' \cap M) = 0.19$ ,  $P(M \cup B') = .01$ .

6  $P(O \cap SW) = 0.05$ ,  $P(SW \cap O') = .10$ ,

14.a)  $P(B|M') = 0.8$ , b) Ja,  $P(B) = P(B|M')$

16 a) 100 b) 10 c) 10 d) 1 e)  $1/10$

20. Ja, ty  $P(A_1) = P(A_1|A_2)$

24. 0.04

34.  $.04 \cdot .09 / (.88 \cdot .41 + .04 \cdot .09 + .10 \cdot .04 + .04 \cdot .46)$

36. D = chip is defective, T=Chip is stolen,  $P(T|D) = 0.0917$

40. A= station A alone experiences an overload, B= station B alone experiences an overload, C= station C alone experiences an overload, D= two or more stations simultaneously experience an overload, N=network blackout occurs;  $P(A|N) = 0.3529$ ,  $P(B|N) = .2353$ ,  $P(C|N) = .2647$ ,  $P(D|N) = .1471$ .

**Kapitel 3** 8. a) 0.03 b)  $F(1)=.02$ ,  $F(2)=.05$ ,  $F(3)=.10$ ,  $F(4)=.30$ ,  $F(5)=.70$ ,  $F(6)=.90$ ,  $F(7)=.97$ ,  $F(8)=1.00$  c) .65 d)  $P(X \leq 4) = .3$ ,  $P(X < 4) = .1$ , nej e)  $F(-3)=0$ ,  $F(10) = 1$

10 a)  $f(1) = .7$ ,  $f(2) = .21$ ,  $f(3) = .063$ ,  $f(4) = 0.0189$ , b)  $f(x) = .3^{x-1} \cdot 7$ ,  $x = 1, 2, 3, \dots$  och 0 för övrigt. c)  $P(X = 6) = .0017$  d)  $F(x) = 1 - .3^x$ ,  $x = 1, 2, 3, \dots$

e)  $P(X \leq 4) = .9919$ , f)  $P(X \geq 5) = .0081$

14. a) .48 b) .48 c) 1.08 d) .8496, e) .8496, f) .9217 g) grafts that fail

24 b)  $F(x) = (12/13)^{x-1} (1/13)$ ,  $x = 1, 2, 3, \dots$  och 0 för övrigt. e)  $P(X \geq 2) = 12/13$

36 a.  $\binom{15}{x} \cdot 2^x \cdot 8^{15-x}$  för  $x = 0, 1, \dots, 15$  och 0 för övrigt, c)  $EX=3$   $\text{Var } X = 2.4$  e) 0.1671 f)  $F(5)=.9389$ ,  $F(4)=.8358$ ,  $F(7)-F(1)=.8287$ ,  $F(6)-F(1)=.8148$ ,  $1-F(2)=.6020$ ,  $F(9)=.9999$   $F(20)=1$ ,  $F(10)-F(9)=.0001$

38.a)  $f(x) = \binom{3}{x} \cdot 9^x \cdot 1^{3-x}$  för  $x = 0, 1, 2, 3$  och 0 för övrigt b)  $EX=2.7$ ,  $\text{Var } X = .27$

40 a).  $X$  är  $\text{Bin}(15, 0.5)$ ,  $E[X] = 7.5$  b) Ja,  $P(P(X \geq 12) | p = 0.5) = 0.0176$  c) Ja.

42.  $X$  är Bin(20,.1) a)  $F(0) = .1216$  b)  $1-F(0) = .8784$  c) ja,  $P(X > 4) = .0432$   
 58  $f(x) = \frac{\binom{4}{x} \binom{11}{3-x}}{\binom{15}{3}}$ ,  $x = 0, 1, 2, 3$  b)  $E[X] = 0.8$ ,  $Var(X) = 0.5029$  c)  $0.8462$   
 62.  $X$  är Poi(2),  $P(X \leq 4) = .947$ .  $Y =$  antal emissioner på 3 månader.  $E[Y] = 6$ .  
 Ja,  $P(Y \geq 12) = .02$ .  
 64.  $X =$  antal destr jordbävningar per år är Poi(1),  $Y =$  antal destr jordbävningar per 6-månaders period är Poi(.5) ,  $P(Y \geq 1) = .393$ ; Ja,  $P(Y \geq 3) = .014$   
 68.  $k = 1$   
 70. Poi(1);  $\mu = \lambda = 1$ ; Ja,  $P(X \geq 5) = .004$

#### Kapitel 4 4 b) 0.415.

- 6 a)  $f(\theta) = 1/2\pi$ ,  $0 < \theta < 2\pi$   
 10.  $F(x) = 0$ ,  $x \leq a$ ,  $F(x) = (x - a)/(b - a)$  ,  $a < x < b$ ,  $F(x) = 1$ ,  $x \geq b$ ,  
 16.  $E[X] = 36.23$ ,  $E[X^2] = 1358.6956$ ,  $\sigma^2 = 51.67$ ,  $\sigma = 7.188$   
 18.  $E[X] = (a + b)/2$ ,  $E[X^2] = (b^2 + ba + a^2)/3$ ,  $Var X = (b - a)^2/12$   
 34. Exp(1/2);  $f(x) = 2 \exp\{-2x\}$ ,  $x > 0$ ;  $P(X > 3) = 1 - (1 - \exp\{-2 \cdot 3\})$ ;  
 $\beta = 1/2$  månad  
 36. Exp(1/3);  $P(X \geq 1/2) \approx .2231$   
 42. a) .9544 b).9599 c)100.6 mg/100 ml  
 44 a) nej,  $P(X \leq 1875) = .4325$  b)  $P(X > 1878) = .3707$   
 52.  $Y \sim N(6, 2.049)$  a. Approx: .1112, exakt: .1071 b. Approx: .5512, exakt: .5725 c  
 Approx: .8888, exakt: .8929 d. Approx: .1215, exakt: .1304  
 54 a. Ja. b. 54 c.  $\approx .0262$  d.  $\approx .8133$   
 70 a)  $E[X] = 1.8856$ ,  $E[Y] = 4.8856$ , b)  $f_Y(y) = (y - 3)/4$ ,  $3 \leq y \leq 3 + \sqrt{8}$

#### Kapitel 5 4 b) $f_X(x) = 2x/(n(n + 1))$ , $x = 1, 2, \dots, n$ ; $f_Y(y) = 2(n - y + 1)/(n(n + 1))$ , $y = 1, 2, \dots, n$ c) De är ber. Visa att $f_{XY}(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$ för tex $x = y = 1$ . d) $P(X \leq 3, Y \leq 2) = 1/3$ , $P(X \leq 3) = 12/30$ , $P(Y \leq 2) = 18/30$ .

- 8 a)  $c = 1/6640$  b)  $\approx .3735$  c)  $f_X(x) = (8x + 6)/6640$ ,  $0 \leq x \leq 40$ ,  $f_Y(y) = (80y + 3240)/6640$ ,  $0 \leq y \leq 2$  d)  $\approx .506$  e)  $\approx .741$  f) nej  
 10 a)  $f_X(x) = x^3/4$ ,  $0 \leq x \leq 2$ ,  $f_Y(y) = y^3/4$ ,  $0 \leq y \leq 2$  b) Ja c)  $1/16$  d)  $1/16$ ,  
 ty  $X$  och  $Y$  oberoende.  
 14. c=8  
 16 a) nej b)  $f_X(0) = 0.525$ ,  $f_X(1) = 0.354$ ,  $f_X(2) = 0.062$ ,  $f_X(3) = 0.027$ ,  $f_X(4) = 0.022$ ,  
 $f_X(5) = 0.010$ ;  $f_Y(0) = 0.762$ ,  $f_Y(1) = 0.167$ ,  $f_Y(2) = 0.053$ ,  $f_Y(3) = 0.018$ ;  
 $E[X] = 0.697$ ;  $E[Y] = 0.327$ ;  $E[XY] = 0.376$ ;  $Kov(X, Y) \approx 0.148$ . Få syntaxfel  
 o få logik fel tenderar att finnas samtidigt, och vice versa.;  $E[X + Y] = 1.024$ .  
 Förväntat antal fel vid 1a körningen är strax över ett.  
 20 a) Negativ b)  $E[X] = 26.426$ ,  $E[Y] = 1.008$ ,  $E[XY] = 26.586$ ,  $Cov(X, Y) = -0.051$   
 26. Om  $X$  och  $Y$  är oberoende så är  $Kov(X, Y) = 0$ , och resultatet följer mha uppg 25.  
 32.  $Var(X) = 92.028$ ,  $Var(Y) = 0.333$ ,  $\rho_{XY} = -0.009$   
 40 a)  $f_{X|y}(x) = 1/2$ ,  $8.5 \leq x \leq 10.5$ ;  $X$  och  $Y$  är oberoende. b)  $f_{Y|x}(y) = 2/240$ ,  
 $120 \leq x \leq 240$ ; Ja.  
 54 b)  $E[XY] = 4/9$  c)  $P(Y \leq 1/2, y \leq X \leq y + 1/4) = 11/96$  d)  $f_X(x) = 4x^3$ ,  $0 <$

$x < 1$ ,  $E[X] = 4/5$ ,  $E[X^2] = 2/3$ ; e)  $f_Y(y) = 4y(1 - y^2)$ ,  $0 < y < 1$ ,  $E[Y] = 8/15$ ,  $E[Y^2] = 1/3$  f) Nej. Visa  $f_{XY}(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$

**Kapitel 6** 24 b.  $\bar{x} = 10.29$  timmar e. Regeln ej användbar eftersom data ej är normalfördelad.

34 a) 275.87; 30.57 c) ja

**Kapitel 7** 2.  $\bar{X}$ , eftersom  $\lambda s = \mu$ .

4 a) 19 b) 19 c) 19/4

6 a)  $\hat{p} = \bar{x}/n = .1$  b)  $\approx .4305$  c)  $P(Y \leq 1) = .0096$

10 Bin(4,0.5),  $E[X] = 2$ ,  $Var(X) = 1$

12 a) Geo(1/6) b) 6 c) 30 e)  $E[\bar{X}] = 6$ ,  $Var(\bar{X}) = 1.2$

16  $\hat{p} = \bar{X}/n$

18  $\hat{\lambda} = 1.55$

34  $\hat{\beta} = 2.995$  år

46 a) N(1,5) b) 0.4207

50 a)  $\mu = 2.5$ ,  $\sigma^2 = 1.25$  b) Stickprov (1,1) ger  $\bar{x} = 1$ , (1,2) ger  $\bar{x} = 1.5$  ... (4,4) ger 4;

$f(1)=1/16$ ,  $f(1.5)=2/16$ ,  $f(2)=3/16$ ,  $f(2.5)=4/16$ ,  $f(3)=3/16$ ,  $f(3.5)=2/16$ ,  $f(4)=1/16$

c)  $E[\bar{X}] = 2.5 = \mu$ ,  $Var(\bar{X}) = 1.25/2 = \sigma^2/n$

56 a) 7.1 b) normal with mean  $\mu$  and variance  $\sigma^2/n = 0.69$  c) [5.2, 9.0] d) ja, 10 ligger ej i intervallet

**Kapitel 8** 2. a)  $s^2 = 20.4286$  b)  $\chi_{29}^2$  fördelning används. [13.9068, 33.4706] Med 90 % säkerhet ligger den verkliga variansen mellan 13.9068 och 33.4706 c) [3.7292, 5.7854] d) [0,17.66], 18 vore ovanligt.

4. [0,0.023]; ja

10 a)  $\bar{x} = 2$ ,  $s^2 = .302$  b) Mellan 1.68 med 2.32 fot med 90 % säkerhet.

22 a)  $H_0 : \mu \leq .3$  rem/år,  $H_1 : \mu > .3$  rem/år b) Typ I: vi drar slutsatsen om ökning, trots att ingen ökning har skett; Typ II: Vi upptäcker ingen ökning, trots att det skett en ökning.

24 Typ I: test säger att DNA ej kommer från misstänkt person trots att det gör det; alltså friar testet en skyldig person. Om testet har hög styrka så är chansen att korrekt döma en skyldig stor.

28 a)  $H_0 : p \geq .2$   $H_1 : p < .2$  c) X är Bin(20,.2) när  $H_0$  är sann,  $E[X] = 4$  d)  $\alpha = .0692$  e)  $\beta = 0.6083$ , styrka = .3917 f) Öka  $\alpha$  genom att ändra kritisk region till  $C = \{0, 1, 2\}$ ; nej  $\alpha = .2061$ ; öka stickprovsstorleken

32 a)  $H_0 : \mu \geq 0.6$  g/mi  $H_1 : \mu < 0.6$  g/mi c) p-värde = 0.0228; ja, förkasta  $H_0$  eftersom chansen att det är fel är så liten som 0.0228; Typ I.

34 a)  $H_0 : p \geq .05$   $H_1 : p < .05$  c) p-värde  $\approx 0.2451$ ; nej

40 a)  $H_0 : \mu = 4.6$  mg/litre,  $H_1 : \mu > 4.6$  mg/litre b)  $0.025 < p\text{-value} < 0.05$ ; yes c) The mean silicon concentration in the river has increased, thus, the mineral content in the soil is being depleted.

48 a) teststat = 7.738, förkasta  $H_0$  b) teststat = 287.75, förkasta  $H_0$ ; nej

**Kapitel 9** 2 a) .389 b) .389 +/- .069 c) 1015

6. 1692

16 a)  $H_0 : p = 0.8$   $H_1 : p > 0.8$  b) approx 2.33 c) teststat= 2.65, förkasta  $H_0$

26 a)  $H_0 : p_1 - p_2 = 0.02$   $H_1 : p_1 - p_2 > 0.02$  b) 1.645 c) teststat= 0.83, förkasta inte  $H_0$ ; Nej d) Typ II

**Kapitel 10** 2. 0.106

4 a)  $N(8, 4/5)$  b)  $N(5, 3/6)$  c)  $N(0,1)$  d)  $N(0,1)$  e)  $N(3, \sqrt{89/100})$  f)  $N(0,1)$

14 b) 23.8 c) [11-1.77, 11+1.77] d) ja, konfintervallet innehåller bara positiva tal

e) Centrala gränsvärdeessatsen

**Kapitel 11** 2 a) Hyfsad b) Dålig c) Bra

16 a)  $b_1 = 1.1608$ ,  $b_0 = -1.4418$

42 a)  $b_1 = 0.0004$ ,  $b_0 = 4.85$  b)  $\hat{y}_1 = 4.887$ ,  $\hat{y}_2 = 4.885\dots$  c)  $e_1 = 0.113$ ,  $e_2 = -0.185\dots$  e)  $\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$

46 a) Ingen b) Samma varians c) Linjäritet d) Samma varians samt att  $x$ -värden saknas på mitten

54 Nej

### Eriksson och Gavel

6.18 a)  $1/(1-5x)$  b)  $-2/(1+2x)$  c)  $(1+x)^{1/5}$  d)  $1/(1-x)^{18}$

6.19 a.  $(a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)x^2 + \dots$

b.  $a_0 b_0 + (a_0 b_1 + a_1 b_0)x + (a_0 b_2 + a_1 b_1 + a_2 b_0)x^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k} x^n$

c.  $a_0 + a_1 x^2 + a_2 x^4 + a_3 x^6 + \dots$

6.20.  $(1+x+x^2+x^3+\dots)(1+x^5+x^{10}+x^{15}+\dots)(1+x^{10}+x^{20}+x^{30}+\dots)(1+x^{20}+x^{40}+x^{60}+\dots) = \frac{1}{1-x} \frac{1}{1-x^5} \frac{1}{1-x^{10}} \frac{1}{1-x^{20}}$

6.29 a)  $1/(1-x)$  b)  $e^x - 1$

c. Talföljden blir  $a_k = 52!/(52-k)!$  för  $k \leq 52$  och 0 i övrigt, och den exponentiella gen funktionen  $\sum_{k=0}^{52} \frac{52!}{(52-k)!} \frac{x^k}{k!} = (1+x)^{52}$

6.30 a. Olösligt om  $k$  är jämnt, annars ungefär hälften av de totalt  $2^k$  strängarna.

b.  $(1+x^2/2! + x^4/4! + \dots)(x/1 + x^3/3! + x^5/5!) = 2^0 x^1/1! + 2^2 x^3/3! + 2^4 x^5/5! + \dots$

### Grimstead and Snell

8.1.4. STL säger att medelvinsten per omgång är ca -0.0141 med mycket stor slh (godtyckligt nära 1) för stora  $n \Rightarrow$  Totalvinsten är ca  $-0.0141 \cdot n$  med mycket stor slh för stora  $n$ . Alltså förlorar man om  $n$  stort med mycket stor slh. Om förlusten  $-0.0141 \cdot n$  är liten el ej beror väl på vad man menar - i förhållande t insatsen är den väl liten, men stor blir den ju trots allt till slut.

8.1.8 Nej, man kan inte visa det mha STL eftersom det är för fix  $\epsilon$  slh går mot 1. Här skulle man behöva  $\epsilon/n$ .

8.2.2.a) Väntevärde=10, varians =100/3 b) exakta slh är 4/5, 172, 1/10, 0. Jfr med 8.2.1. Slutsats: Chebyshev ger mycket dåliga gränser.

8.2.10 a)  $P(65 < X < 75) = P(|X-70| < 5) = 1 - P(|X-70| \geq 5) \geq 1 - 25/25 =$

0 mha Chebyshev. Säger alltså ingenting.

b)  $\bar{X}$  = medelvärdet för 100 studenter  $P(65 < \bar{X} < 75) = P(|\bar{X} - 70| < 5) = 1 - P(|\bar{X} - 70| \geq 5) \geq 1 - 25/(100 \cdot 25) = 0.99$  mha Chebyshev eftersom  $Var \bar{X} = \sigma^2/100$ .